

Übung zur Vorlesung Formale Sprachen, Automaten und Prozesse

Aufgabe T28

Betrachten Sie folgende Aufgabe.

Aufgabe I1 (5+5+5 Punkte)

Beweisen oder widerlegen sie die folgenden Aussagen.

- Die Sprache $L_1 = \{a^i b^j \mid i + j \leq 200, 2i + j \geq 15\}$ ist nicht regulär.
- Die Sprache $L_2 = \{(abcd)^n \mid n \in \mathbf{N}\}$ ist regulär.
- Die Sprache $L_3 = \{z = xyx^R \mid x, y \in \Sigma^*\}$, mit $\Sigma = \{a, b, c\}$ ist kontextfrei.

Die Beiden Studenten Jens Zweier und Markus Schipp geben zusammen ihre Hausaufgaben in FoSAP ab, und haben eine Lösung zu Aufgabe I1 eingereicht.

Sie sind nun ein FoSAP-Tutor und müssen die Abgabe der Beiden korrigieren. Wieviele Punkte würden sie vergeben? Seien Sie dabei genauso streng wie ihr eigener Tutor.

a)

L_1 nicht regulär: Sei $15 \leq n \leq 100$. Sei $w = a^n b^n$. $w \in L$. Wir betrachten eine Zerlegung $w = xyz$ mit $|xy| \leq n$ und $|y| > 0$. Wegen Pumping-Lemma muss auch $xy^i z \in L$ für alle i . Das Wort $xy^{200} z$ hat Länge ungefähr 200 und somit zu viele a und b . So gilt $xy^{200} z \notin L$. Also L nicht regulär und Aussage wahr.

b)

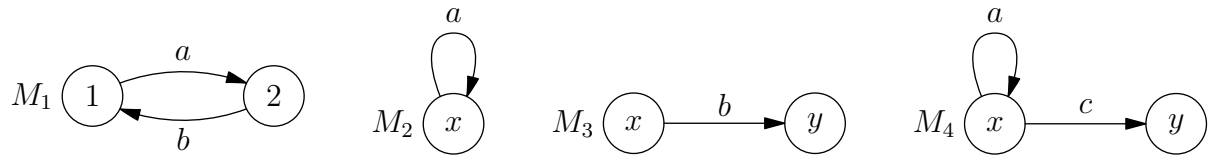
Sei n beliebig. Wir wählen $w = (abcd)^n$. Es gilt $w \in L$. $x = ab, y = cd, z = (abcd)^{n-1}$. Es gilt $w = xyz$ und $|xy| \leq n$ und $|y| > 0$. Nach dem Pumping-Lemma muss auch $xy^i z \in L$. Es gilt $xy^2 z = abcdcd(abcd)^{n-1} \notin L$. So mit L_2 nicht regulär, und widerlegt

c)

$z = a^n b^n a^n$, dann gibt's Zerlegung $z = uvwxy$ mit $|vwx| \leq n$ und $|vx| > 0$. Sei $uvwxy$ so gewählt, dass der vwx -Part im ersten drittel liegt, also nur die ersten a s enthält. Nach dem Pump-Lemma muss auch $wv^i w x^i y \in L$ für alle i kann aber trivialistischerweise nicht sein da die Anzahl der a am Anfang sich ändert und am Ende des Wortes gleich bleibt. $\Rightarrow L_3$ nicht konteckstfrei und die Aussage widerlegt.

Aufgabe T29

Bilden Sie $M_1 \circ M_i$ und $M_1 \sqcup M_i$, für $i \in \{2, 3, 4\}$.

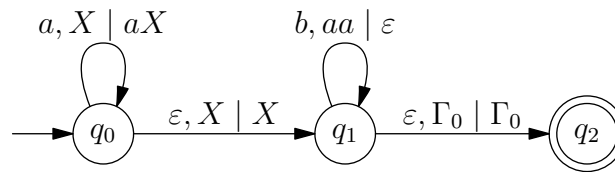


Aufgabe T30

Diskutieren Sie, wie ein Automat aussehen könnte, der Kontextsensitive Sprachen erkennt.

Aufgabe H24 (10 Punkte)

Wir erweitern das Konzept des Kellerautomaten zu einem Tiefgaragenautomat. Dabei lassen wir zusätzlich noch Transitionen der Art $\frac{x, \alpha | \beta}{\rightarrow}$ zu, wobei $x \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, $\alpha \in \Gamma^+$ und $\beta \in \Gamma^*$. Ein Tiefgaragenautomat kann also nicht nur das oberste Symbol, sondern beliebig lange Wörter, beginnend mit dem obersten Symbol, von dem Keller nehmen. Folgender Automat ist ein solcher Tiefgaragenautomat.



Zeigen oder widerlegen Sie: Es gibt eine Sprache über einem beliebigen Alphabet, die nicht kontextfrei ist, aber von einem Tiefgaragenautomat erkannt wird.

Aufgabe H25 (10 Punkte)

Geben Sie eine Chomsky-0 Grammatik an, die die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ erzeugt.

Aufgabe H26 (15 Punkte)

Gegeben sind die folgenden Programme P_1 und P_2 .

```

x := 1;                               x := 0;
if(x=0) print;                         if(x=1) print;

```

Kann `print` zweimal ausgeführt werden, falls P_1 und P_2 gleichzeitig laufen? Modellieren Sie das Problem mit Hilfe von synchronisierten und unsynchronisierten Produkten wie in der Vorlesung. Begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe des entstandenen Automaten.