

Übung zur Vorlesung Formale Sprachen, Automaten und Prozesse

Aufgabe T21

Sei G die folgende kontextfreie Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \mid BCD \mid BD \\ A &\rightarrow \epsilon \mid Sa \mid aB \\ B &\rightarrow AS \mid aD \\ C &\rightarrow SC \mid bC \\ D &\rightarrow bB \mid cC \mid dD \mid b \mid c \mid d \end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie die unerreichbaren Symbole von G . Die unerreichbaren Symbole sind definiert als $\{A \in N \mid \text{es gibt kein } \alpha A \beta \in (N \cup T)^* \text{ mit } S \xRightarrow{*} \alpha A \beta\}$.
- b) Die unproduktiven Symbole einer Grammatik sind definiert als:

$$\{A \in N \mid \text{es gibt kein } w \in T^* \text{ mit } A \xRightarrow{*} w\}$$

Wie lauten die unproduktiven Symbole von G ?

- c) Gilt $L(G) = \emptyset$?
- d) Gilt $\epsilon \in L(G)$?
- e) Die nullierbaren Symbole einer Sprache sind alle Symbole, die sich nach ϵ ableiten lassen. Wie lauten die nullierbaren Symbole von G ?
- f) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G' an, so daß $L(G') = L(G)$. Hierbei darf G' keine unproduktiven, unerreichbaren oder nullierbaren Symbole enthalten.

Aufgabe T22

Sei G die kontextfreie Grammatik aus Aufgabe T21.

- a) Ist $L(G)$ endlich?
- b) Ist $L(G)$ universell, d.h. $L(G) = \{a, b, c, d\}^*$?

Aufgabe H16 (10 Punkte)

Hinweis: Dies ist Teil einer alten Klausuraufgabe.

Gegeben sei die Grammatik G mit $S \rightarrow aA \mid Bb \mid \epsilon$, $A \rightarrow Sb$ und $B \rightarrow aS$.

- (a) Konstruieren Sie je einen NFA für $pre^*({ab})$ und $pre^*({abab})$. Gilt $ab \in L(G)$? Gilt $abab \in L(G)$?
- (b) Verwenden Sie die pre^* -Methode, um der folgenden Frage nachzugehen: Läßt sich aus S eine Satzform ableiten, die das Unterwort AA enthält?
- (c) Ist G eine eindeutige Grammatik?

Aufgabe H17 (4 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik G mit den folgenden Produktionen:

$$S \rightarrow aAa \mid bBBb, \quad A \rightarrow bAb \mid a, \quad B \rightarrow aBa \mid b$$

Gibt es $u, v \in L(G)$, so daß $uv \in (ab)^*$ gilt? Verwenden Sie $pre_G^*((ab)^*)$, um diese Frage zu beantworten!

Aufgabe H18 (10 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, welches einen NFA M und eine Menge von Produktionen als Eingabe erhält. Es soll dann M mit den Produktionen sättigen.

Dabei müssen aber noch Zusatzinformationen gespeichert werden: Falls eine Transition $q_0 \xrightarrow{A} q_k$ zu M aufgrund einer Regel $A \rightarrow \beta = \beta_1 \dots \beta_k$ und den bereits existierenden Transitionen $q_0 \xrightarrow{\beta_1} q_1, q_1 \xrightarrow{\beta_2} q_2, \dots, q_{k-1} \xrightarrow{\beta_k} q_k$ hinzugefügt wird, soll dies gespeichert werden. Dies könnte man zum Beispiel in einer Datenstruktur B speichern, die um folgendes ergänzt wird:

$$B(q_0 \xrightarrow{A} q_k) \mapsto [q_0 \xrightarrow{\beta_1} q_1, q_1 \xrightarrow{\beta_2} q_2, \dots, q_{k-1} \xrightarrow{\beta_k} q_k]$$

Als Ausgabe möge Ihr Programm dann das modifizierte M und vor allem auch die Abbildung B zurückliefern.

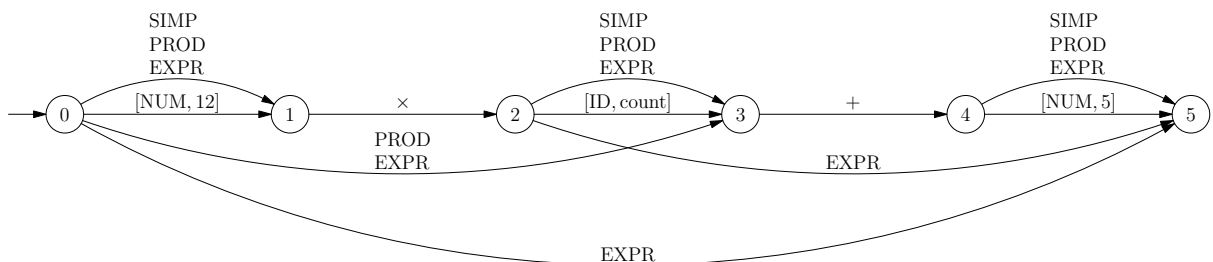
Hier ist ein Beispiel für einen Automaten, der *Token* als Alphabet besitzt. Ein Token hat eine *id* und möglicherweise einen zusätzlichen Quelltext. Das Token $[\text{NUM}, 12]$ ist also ein NUM-Token mit dem zugehörigen Quelltext 12.



Wir verwenden folgende Produktionen:

$$\begin{aligned} \text{EXPR} &\rightarrow \text{EXPR} + \text{PROD} \mid \text{EXPR} - \text{PROD} \mid \text{PROD} \\ \text{PROD} &\rightarrow \text{PROD} \times \text{SIMP} \mid \text{PROD} / \text{SIMP} \mid \text{SIMP} \\ \text{SIMP} &\rightarrow \text{NUM} \mid \text{ID} \end{aligned}$$

Der gesättigte Automat sieht dann folgendermaßen aus.



Woher kam die Transition $0 \xrightarrow{\text{EXPR}} 5$?

Wir sehen nach: $B(0 \xrightarrow{\text{EXPR}} 5) = (0 \xrightarrow{\text{EXPR}} 3, 3 \xrightarrow{+} 4, 4 \xrightarrow{\text{PROD}} 5)$.

Demonstrieren Sie die Fähigkeiten Ihres Programms an aussagekräftigen Beispielen, insbesondere am obigen. Kombinieren Sie Ihr Programm mit jenem aus H13, um ein Programm zu erhalten, das solche einfachen arithmetischen Ausdrücke syntaktisch überprüfen kann.

Wie könnten Sie Ihr Programm nutzen, um auch einen Ableitungsbaum zu konstruieren?