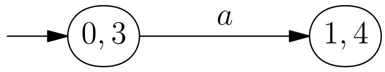
RWTH Aachen **SS 2017**
Lehrgebiet Theoretische Informatik Blatt 11
Rossmanith–Dreier–Hark–Kuinke 17.7.2017

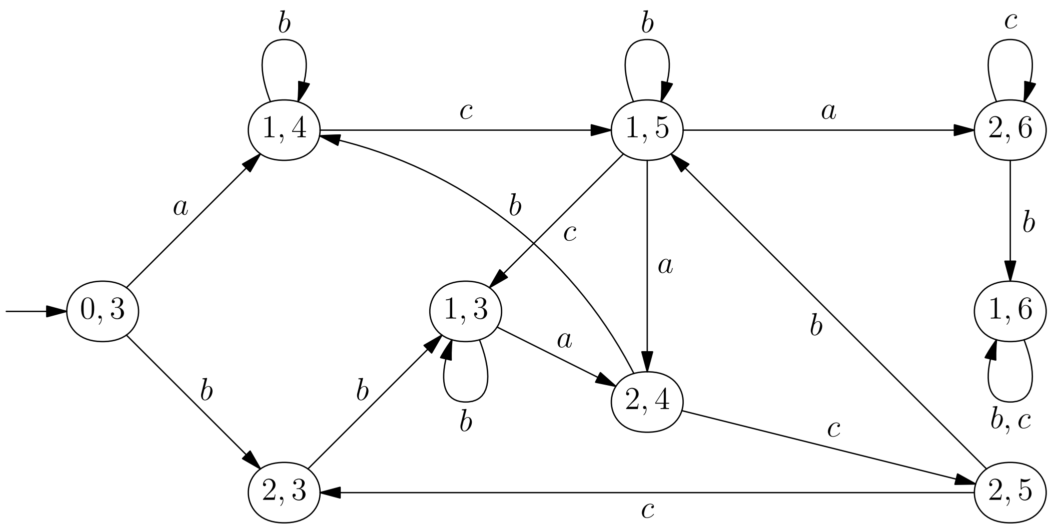
Lösungsvorschlag zur Vorlesung Formale Sprachen, Automaten und Prozesse

Aufgabe T31

a)



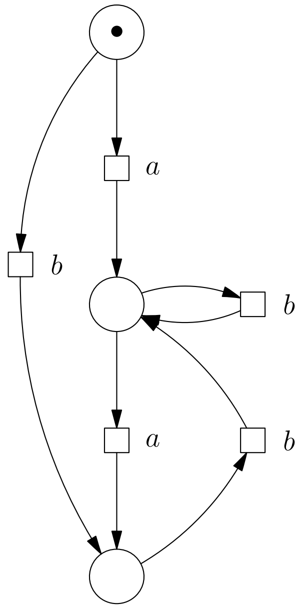
b)

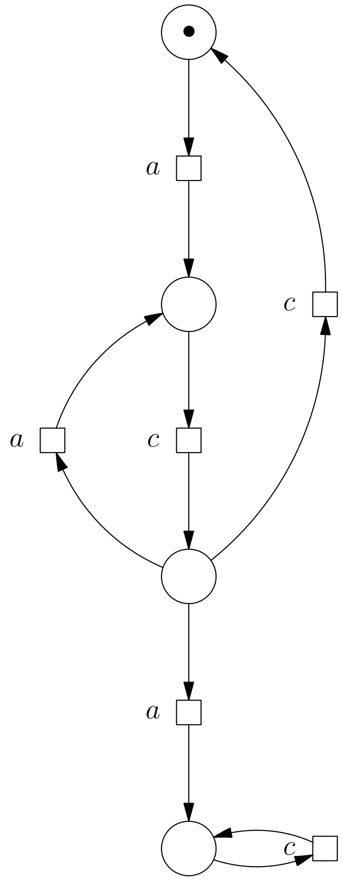


Aufgabe T32

a) Automat M_1 als Petrinetz

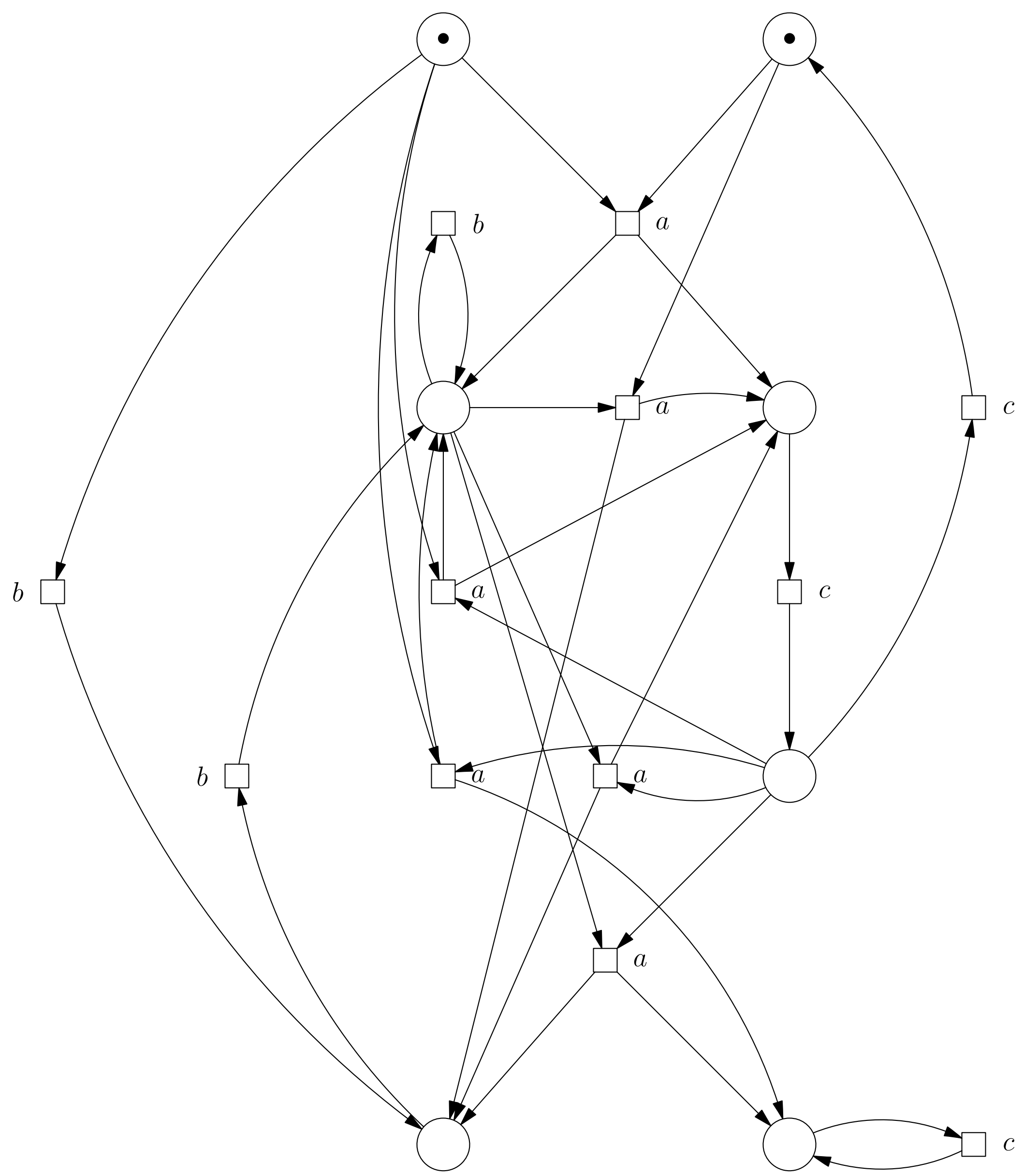
b) Automat M_2 als Petrinetz





c) Das unsynchronisierte Produkt $M_1 \sqcup M_2$ ist die disjunkte Vereinigung beider Petrinetze.

d) Das Petrinetz für $M_1 \circ M_2$ wird leider unübersichtlicher. Es müssen alle a-Transitionen synchronisiert werden. Immer wenn eine a-Transition in M_1 feuert, muss auch eine in M_2 feuern, und umgekehrt. Dies setzt man wie folgt um: Für jedes Paar an a-Transition $q_1 \xrightarrow{a} p_1$ in M_1 und $q_2 \xrightarrow{a} p_2$ in M_2 fügt man eine neue Transition ein, die q_1, q_2 als Eingang und p_1, p_2 als Ausgang hat. Die ursprünglichen a-Transitionen werden entfernt. Da M_1 zwei a-Transitionen und M_2 drei a-Transitionen hat, hat das neue Petrinetz $3 \cdot 2 = 6$ neue a-Transitionen.



Aufgabe T33

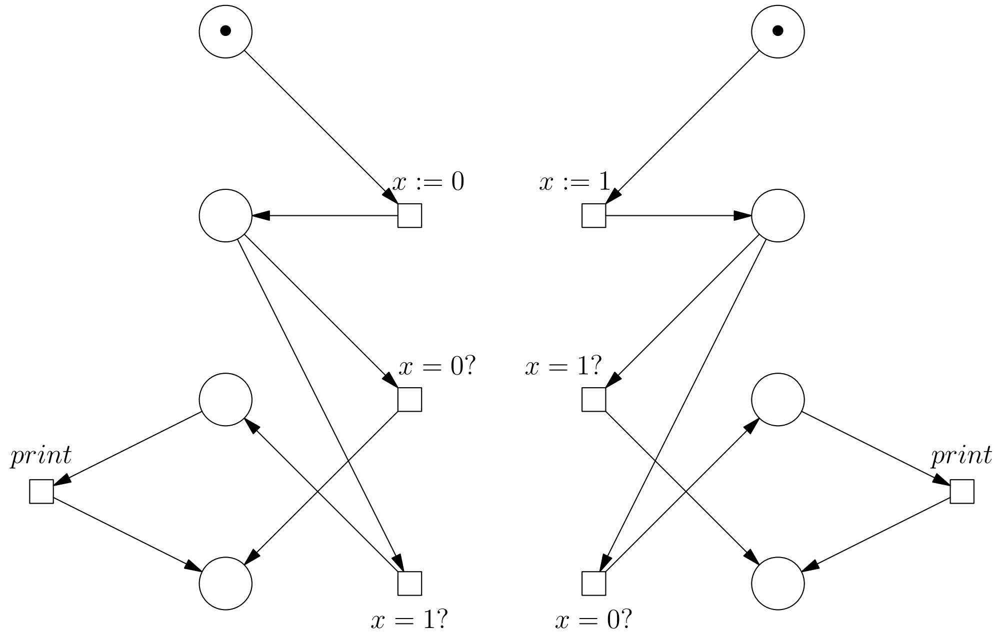
Angenommen wir haben zwei Automaten mit jeweils n_1 und n_2 Zuständen. Bei dem synchronisierten und unsynchronisierten Produkt zweier Automaten multipliziert sich die Zustandsmenge. Die entstehenden Automaten haben also im worst-case $n_1 n_2$ Zustände. Die tatsächliche Anzahl kann aber auch kleiner sein, da bestimmte Kombinationen nicht erreichbar sein könnten.

Bei (un-) synchronisierten Produkt zweier Petrinetze addiert sich die Anzahl der Stellen immer. Im folgenden betrachten wir die Anzahl der Transitionsknoten. Beim unsynchronisierten Produkt addiert sich auch die Anzahl der Transitionen, beim synchronisierten hingegen müssen die synchronisierten Transitionen paarweise verknüpft werden, d.h. wenn zwei Petrinetze jeweils s_1 und s_2 synchronisierende Transitionen und u_1 und u_2 unsynchronisierende Transitionen haben hat das entstehende Petrinetz danach $u_1+u_2+s_1s_2-s_1-s_2$ Transitionen. Falls also nur wenige Transitionen synchronisiert werden müssen, ist das synchronisierte Produkt zweier Petrinetze unter umständen kleiner (im Bezug auf die Summe der Stellen und Transitionen) als das zweier Automaten.

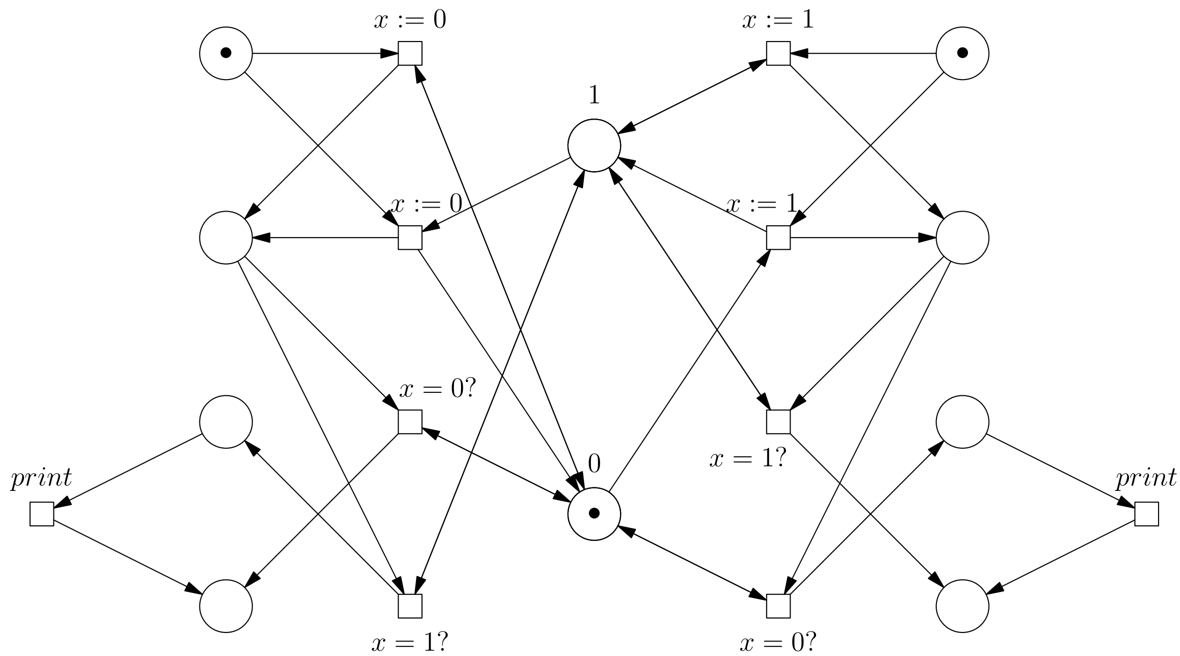
Aufgabe H27 (10+5 Punkte)

a)

Petrinetze für P_1 und P_2 und ihr unsynchronisiertes Produkt:



Wir fügen ein Petrinetz für die Variable ein und vereinigen die Transitionen mit den gleichen Anweisungen jeweils paarweise wie in Aufgabe T32.



b) Angenommen es liegt eine Markierung in den beiden `print`-Vorbereichen die wir im folgenden c und d nennen werden. Dann muss sowohl die Transition $x = 1?$ von P_1 und $x = 0?$ von P_2 ausgeführt worden sein. Dies ist nur möglich wenn P_1 $x := 0$ und P_2 $x := 1$ ausgeführt hat. Da $x = 1?$ von P_1 und $x = 0?$ von P_2 aber einen Marker in Zustand 1 bzw. Zustand 0 benötigen, muss folgen, dass die entsprechenden $x := 1$ und $x := 0$ Transitionen vorher ausgeführt wurden.

Wir geben den Transitionen namen: Sei $A = [x := 0]$, $B = [x = 1?]$, $C = [x := 1]$ und $D = [x = 0?]$ und sei "$<$" eine Relation, wo $A < B$ ausdrückt, dass A vor B geschehen muss. Wir erhalten die Bedingungen $A < B$, $C < D$, $C < B$ und $A < D$. Die einzigen Reihenfolgen die dies Erlauben sind die, in denen A und C vor B und D ausgeführt werden. Nachdem A und C beide in beliebiger Reinfolge ausgeführt wurden, liegt entweder ein Marker in 1 oder in 0 und kann nicht wieder bewegt werden. Daraus folgt, dass nicht in c *und* in d eine Makierung liegen kann.