

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 7

Ein Gemischtwarenladen will durch einen besonderen Rabatt die Umsätze steigern: Wer an der Kasse zwei Artikel zum Kauf vorlegt, deren Gesamtpreis auf 11, 33, 55, 77 oder 99 Cent endet, erhält zusätzlich einen Gutschein in Höhe des erreichten Centbetrages. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der zu einer Menge von Preisen eine optimale Einkaufsstrategie angibt.

Tutoraufgabe 8

Wir wollen zehn Kilogramm Schokolade mit 70% Kakaoanteil fabrizieren. Zur Verfügung stehen die vier Sorten Kneis, Langer, Rossmanith und Sikdar. Sie haben die folgenden Daten:

Sorte	Kakaoanteil	Preis pro kg	Verfügbarkeit
Kneis	24%	EUR 3,70	beliebig
Langer	40%	EUR 4,00	beliebig
Rossmanith	73%	EUR 5,00	4 kg
Sikdar	80%	EUR 6,00	beliebig

Finden Sie jeweils eine Lösung mit minimalen bzw. maximalen Kosten. Formulieren Sie diese Aufgabe als lineares Programm.

Tutoraufgabe 9

Entwerfen Sie eine Datenstruktur, die es dem Preflow-Push-Algorithmus erlaubt

- in konstanter Zeit einen überfließenden Knoten zu finden,
- in konstanter Zeit zu bestimmen, ob eine Push- oder Lift-Operation, anwendbar ist
- eine Lift-Operation in $O(|V|)$ Schritten durchzuführen und
- eine Push-Operation in konstanter Zeit durchzuführen.

Hausaufgabe 5 (10 Punkte)

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der das folgende Problem in polynomieller Zeit löst:

Eingabe: Ein gewichteter Graph $G = (V, E, c)$ mit $c: E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$

Frage: Ein Pfad von s nach t mit geringstem Gewicht w , sodaß es keinen Pfad von s nach t mit Gewicht w gibt, der kürzer ist.

Beweisen Sie sowohl die Korrektheit als auch eine möglichst gute Laufzeitschranke ihrer Lösung.

Hausaufgabe 6 (10 Punkte)

Gegeben ist folgendes Problem:

FLAT-RATE

Eingabe: Ein s - t -Netzwerk G , eine Kostenfunktion $w: E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $a, b \in \mathbb{R}$

Frage: Gibt es einen Fluss von s nach t der Größe a mit "Flat-Rate-Kosten" höchstens b ?

Beweisen Sie, daß dieses Problem in P ist oder daß es NP-schwer ist.

Die "Flat-Rate-Kosten" eines Flusses f sind $\sum_{e \in E, f(e) > 0} w(e)$. Bei Bedarf findet sich auf der Homepage ein Hinweis zur Lösung.