

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Lösen Sie die linearen Optimierungsprobleme dieses Übungsblattes mit dem Simplex-Verfahren. Wählen Sie stets die Pivotspalte nach der *steepest descent*-Strategie.

Tutoraufgabe 12

$$\begin{aligned} &\text{Maximiere } 3x_1 + 2x_2 \\ &\text{unter } x_1 + 2x_2 \leq 1000 \\ &\quad 3x_1 + x_2 \leq 1000 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Ansatz:

| | x1 | x2 | |
|----|-------|-------|---------|
| z | -3.00 | -2.00 | 0.00 |
| x3 | 1.00 | 2.00 | 1000.00 |
| x4 | 3.00 | 1.00 | 1000.00 |

| | x4 | x2 | |
|----|-------|-------|---------|
| z | 1.00 | -1.00 | 1000.00 |
| x3 | -0.33 | 1.67 | 666.67 |
| x1 | 0.33 | 0.33 | 333.33 |

| | x4 | x3 | |
|----|-------|-------|---------|
| z | 0.80 | 0.60 | 1400.00 |
| x2 | -0.20 | 0.60 | 400.00 |
| x1 | 0.40 | -0.20 | 200.00 |

Die optimale Lösung ist also 1400 für die Werte $x_1 = 200$ und $x_2 = 400$.

Tutoraufgabe 13

$$\begin{aligned} &\text{Maximiere } 2x_1 + 6x_2 \\ &\text{unter } x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ &\quad 1.5x_1 + 3x_2 \leq 36 \\ &\quad 3x_1 + 1.5x_2 \leq 42 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Ansatz:

| | x1 | x2 | |
|----|-------|-------|-------|
| z | -2.00 | -6.00 | 0.00 |
| x3 | 1.00 | 4.00 | 40.00 |
| x4 | 1.50 | 3.00 | 36.00 |
| x5 | 3.00 | 1.50 | 42.00 |

| | x1 | x3 | |
|----|-------|-------|-------|
| z | -0.50 | 1.50 | 60.00 |
| x2 | 0.25 | 0.25 | 10.00 |
| x4 | 0.75 | -0.75 | 6.00 |
| x5 | 2.62 | -0.38 | 27.00 |

| | x4 | x3 | |
|----|-------|-------|-------|
| z | 0.67 | 1.00 | 64.00 |
| x2 | -0.33 | 0.50 | 8.00 |
| x1 | 1.33 | -1.00 | 8.00 |
| x5 | -3.50 | 2.25 | 6.00 |

Die optimale Lösung ist also 64 für die Werte $x_1 = 8$ und $x_2 = 8$.

Hausaufgabe 10 (10 Punkte)

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem mit dem Simplex-Verfahren. Wählen Sie stets die Pivotspalte nach der *steepest descent*-Strategie.

$$\text{Maximiere } 400x_1 + 900x_2 - 12000$$

$$\text{unter } 2x_1 + 5x_2 \leq 70$$

$$2x_1 \leq 36$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 31$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Ansatz:

| | x1 | x2 | |
|----|---------|---------|-----------|
| z | -400.00 | -900.00 | -12000.00 |
| x3 | 2.00 | 5.00 | 70.00 |
| x4 | 2.00 | 0.00 | 36.00 |
| x5 | 1.00 | 2.00 | 31.00 |

| | x1 | x3 | |
|----|--------|--------|--------|
| z | -40.00 | 180.00 | 600.00 |
| x2 | 0.40 | 0.20 | 14.00 |
| x4 | 2.00 | -0.00 | 36.00 |
| x5 | 0.20 | -0.40 | 3.00 |

| | x5 | x3 | |
|----|--------|--------|---------|
| z | 200.00 | 100.00 | 1200.00 |
| x2 | -2.00 | 1.00 | 8.00 |
| x4 | -10.00 | 4.00 | 6.00 |
| x1 | 5.00 | -2.00 | 15.00 |

Die optimale Lösung ist also 1200 für die Werte $x_1 = 15$ und $x_2 = 8$.

Hausaufgabe 11 (10 Punkte)

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem mit dem Simplex-Verfahren. Wählen Sie stets die Pivotspalte nach der *steepest descent*-Strategie.

$$\begin{aligned} &\text{Maximiere } 10x_1 + 6x_2 \\ &\text{unter } 12x_1 + 6x_2 \leq 10200 \\ &\quad 4x_1 + 3x_2 \leq 3600 \\ &\quad 2x_1 + 3x_2 \leq 2700 \\ &\quad x_1 \leq 750 \\ &\quad x_2 \leq 700 \\ &\quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Ansatz:

| | x1 | x2 | |
|----|--------|-------|----------|
| z | -10.00 | -6.00 | 0.00 |
| x3 | 12.00 | 6.00 | 10200.00 |
| x4 | 4.00 | 3.00 | 3600.00 |
| x5 | 2.00 | 3.00 | 2700.00 |
| x6 | 1.00 | 0.00 | 750.00 |
| x7 | 0.00 | 1.00 | 700.00 |

| | x6 | x2 | |
|----|--------|-------|---------|
| z | 10.00 | -6.00 | 7500.00 |
| x3 | -12.00 | 6.00 | 1200.00 |
| x4 | -4.00 | 3.00 | 600.00 |
| x5 | -2.00 | 3.00 | 1200.00 |
| x1 | 1.00 | 0.00 | 750.00 |
| x7 | -0.00 | 1.00 | 700.00 |

| | x6 | x4 | |
|----|-------|-------|---------|
| z | 2.00 | 2.00 | 8700.00 |
| x3 | -4.00 | -2.00 | 0.00 |
| x2 | -1.33 | 0.33 | 200.00 |
| x5 | 2.00 | -1.00 | 600.00 |
| x1 | 1.00 | -0.00 | 750.00 |
| x7 | 1.33 | -0.33 | 500.00 |

Die optimale Lösung ist also 8700 für die Werte $x_1 = 750$ und $x_2 = 200$.