Induktion über die Anzahl grüner Knoten

Invariante: $d[v]$ ist kürzeste Weg von der Quelle zu v, für alle besuchten (grünen) Knoten v

und $d[u]$ ist kürzeste Distanz von Quelle zu u für alle unbesuchten Knoten (weißen)

IA: $\{s\}$ trivial

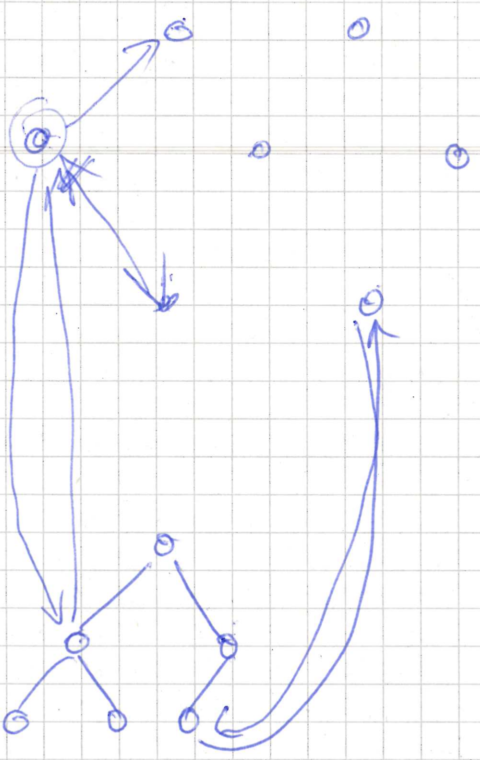
IS: Nehme an, Aussage gelte für $m-1$ besuchte Knoten. Wähle unter allen unbesuchten Knoten ein u, sodass $d[u]$ minimal bzgl. aller unbesuchten Knoten.

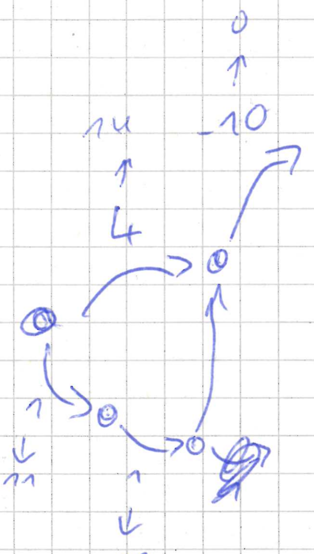
Dann gibt es (mind.) eine Kante von einem besuchten Knoten v, wodurch u sein Gewicht erhalten hat

Für Widerspruch nehme an, dass es einen kürzeren Pfad zu u gäbe.

↳ Wenn der alternative Pfad weiße Knoten enthält, sei w der erste dieser weißen Knoten. Da wir u minimal gewählt haben, muss $d[w] \geq d[u]$. Da der Graph keine negativen Kanten enthält, kann dieser Pfad also nicht kürzer werden.

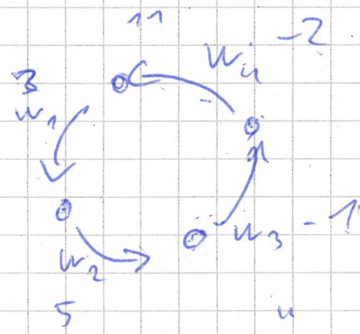
↳ Wenn der Pfad keine weißen Knoten enthält, betrachte auf diesem Pfad den Knoten vor u, namentlich x. Sollte $d[x] + l[(x, u)] < d[u]$, dann hätte $d[u]$ diesen Wert angenommen, als x grün wurde





Decreasekey → T_{DK}

Extractmin → T_{EM}



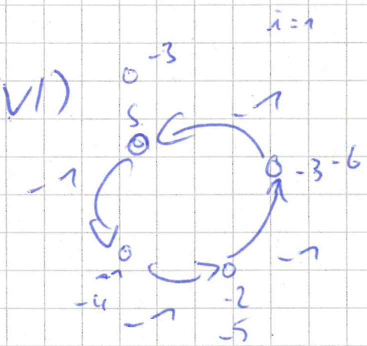
$$|V| \cdot T_{EM} + |E| \cdot T_{DK}$$

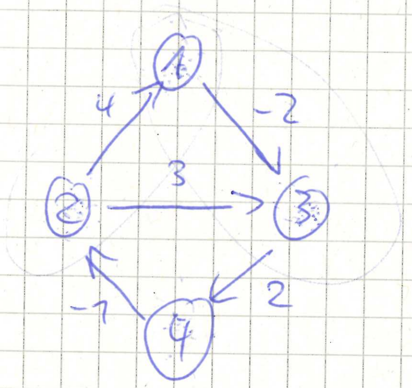
Heap : $T_{EM} = \log(|V|)$

$T_{DK} = \log(|V|)$

$$\sum_{i=1}^{4} w_i < 0$$

$$|V| \cdot \log(|V|) + |E| \cdot \log(|V|)$$
$$= (|V| + |E|) \cdot \log(|V|)$$





k=0: $1 \xrightarrow{\infty} 2$

$1 \xrightarrow{-2} 3$

$1 \xrightarrow{\infty} 4$

$2 \xrightarrow{4} 1$

$2 \xrightarrow{3} 3$

$2 \xrightarrow{\infty} 4$

$3 \xrightarrow{\infty} 1$

$3 \xrightarrow{\infty} 2$

$3 \xrightarrow{2} 4$

$4 \xrightarrow{\infty} 1$

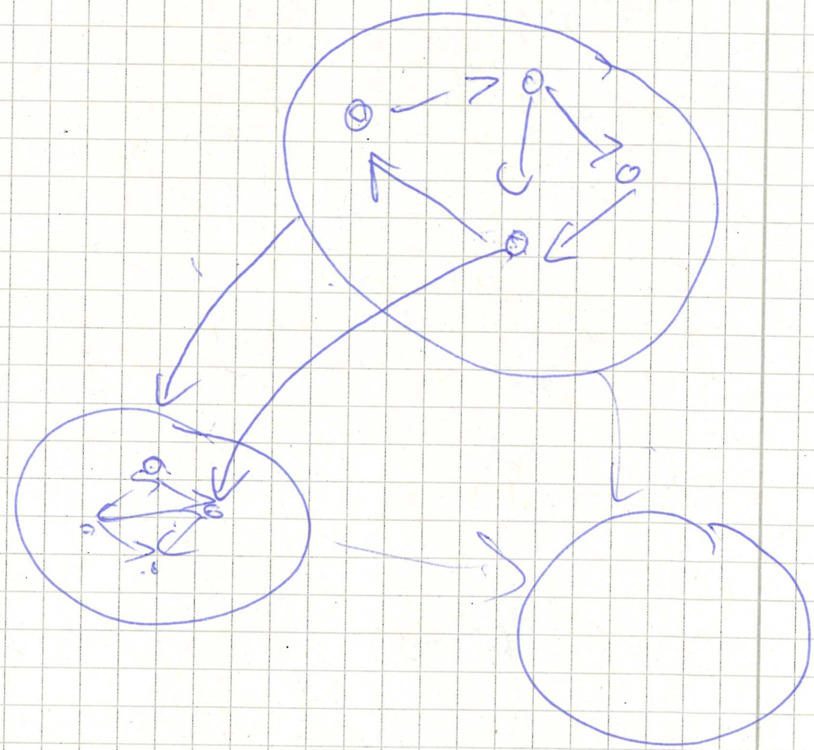
$4 \xrightarrow{-1} 2$

$4 \xrightarrow{\infty} 3$

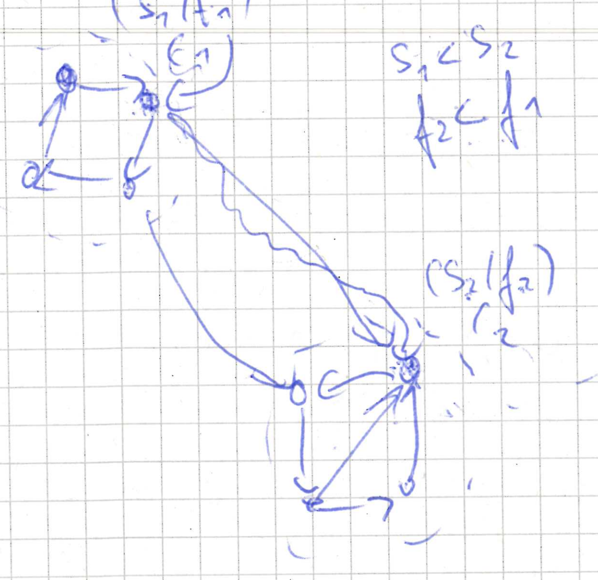
update

k=1: $2 \xrightarrow{4} 1 \xrightarrow{-2} 3$

k=2: $4 \xrightarrow{-1} 2 \xrightarrow{4} 1 \xrightarrow{-2} 3$



G



$s_1 < s_2$
$f_2 < f_1$

G'