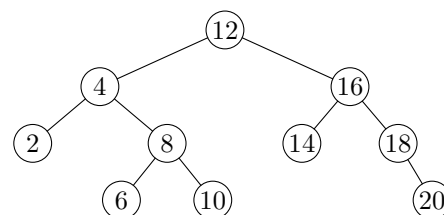


Klausur zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

**Aufgabe 1 (5+5 Punkte)**

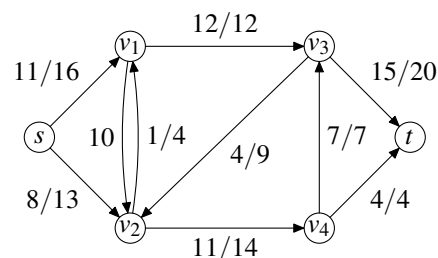
a) Beweisen oder widerlegen Sie: Ein gerichteter Graph mit  $n$  Knoten ist genau dann azyklisch, wenn er  $n$  starke Zusammenhangskomponenten besitzt.

b) Gegeben sei der rechts abgebildete AVL-Baum. Was passiert, wenn wir die 16 löschen? Welche Rotationen werden dabei ausgeführt? Wie sieht der Baum am Ende aus?



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Gegeben ist das folgende Flußnetzwerk  $G$  zusammen mit einem Fluß  $f$ . (a) Wie groß ist  $|f|$ ? (b) Geben Sie das zugehörige Residualnetzwerk an. (c) Welchen Wert  $v$  hat ein maximaler Fluß in  $G$ ? (d) Wie beweisen Sie, daß  $v$  tatsächlich maximal ist?



**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Gegeben sind die Schlüssel  $a, b, c$  und  $d$ . Auf sie wird mit den Wahrscheinlichkeiten  $1/2, 1/4, 1/8$  und  $1/8$  zugegriffen. Konstruieren Sie einen optimalen Suchbaum für  $\{a, b, c, d\}$ .

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**

In der Vorlesung bewiesen wir folgendes Theorem: Werden  $n$  verschiedene Elemente in zufälliger Reihenfolge in einen anfangs leeren binären Suchbaum eingefügt, dann ist der Erwartungswert seiner Höhe  $O(\log n)$ .

Wenden Sie dieses Theorem an, um zu beweisen, daß ein Treap mit  $n$  Elementen ebenfalls im Erwartungswert eine Höhe von  $O(\log n)$  hat (unabhängig davon, welche Operationen zu seiner Entstehung führten).