

## Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

### Aufgabe T14

*Einst schickte Frau Mutter, mit eiligen Worten,  
 klein Timmi zum Markt: „Es gibt neue Waren!  
 Strukturen für Daten! Verschiedenste Sorten!  
 Bring mir eine Queue—doch müssen wir sparen.  
 Drei Groschen für eine, das sollte schon passen.“  
 So lief Timmi fort, den Marktplatz voraus  
 doch kaum war er dort, konnt’ er sich nicht lassen  
 „Zwei Groschen reichen doch sicherlich aus!“  
 Von Gier besiegt und mit Eis in der Hand  
 erschrak Timmi heftig, als er sich besann  
 „Drei Groschen die Queue“ las er dort am Stand—  
 er zerbrach sich den Kopf und das Eis zerann.  
 Mit zwei Stacks im Rucksack kehrt er schließlich heim  
 —wegen reichlicher Ernte bekam er sie beide—  
 Doch scholt’ ihn die Mutter „Das kann doch nicht sein!  
 Stacks gehen verkehrt, weshalb ich sie meide!“  
 „Eine Queue, liebe Mutter, bau ich drumherum:  
 Enqueue-en werd’ ich nur in den ersten der beid’  
 Und will ich dequeue-en, so füll ich sie um.  
 Amortisiert wird das klappen—in konstanter Zeit.“*

Hilf klein Timmi! Seine simulierte Queue funktioniert wie folgt:

```
int dequeue() {
  if(right.isEmpty()) {
    while(!left.isEmpty())
      right.push(left.pop());
  }
  return right.pop();
}
```

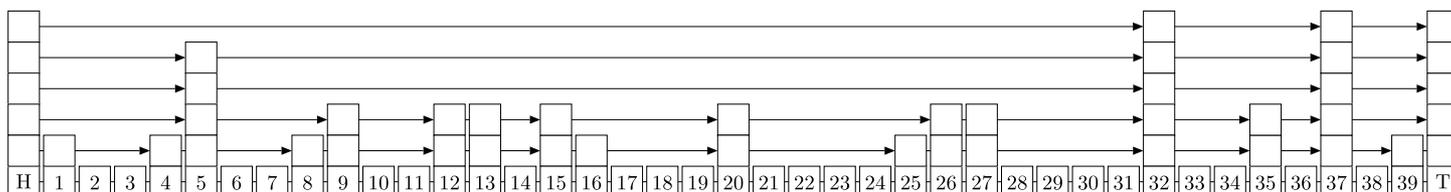
```
void enqueue(int x) {
  left.push(x);
}
```

*enqueue* legt also nur Elemente auf den linken Stack, *dequeue* dreht dann bei Bedarf den Inhalt des linken Stacks um: Es entfernt sukzessive alle Element und legt sie auf den rechten Stack. Solange der rechte Stack jetzt noch Elemente enthält, nimmt *dequeue* sie schlicht von diesem.

Kann Timmi auf diese Weise eine Queue *effizient* simulieren?

### Aufgabe T15

Was passiert im Detail, wenn wir in folgender Skiplist nach 22, 40 und 0 suchen?



### Aufgabe T16

Wir wählen  $m = 10$  und  $p = 13$ . Jeder Studierende möge eine zufällige Hashfunktion  $h_{a,b}$  wählen und dann die Schlüssel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in die entsprechende Hashtabelle mit Überlauflisten einfügen.

Anschließend kann jeder die erwartete Anzahl von Vergleichen für eine erfolgreiche Suche berechnen.

Was kommt dabei heraus und was ist die mittlere Anzahl in der ganzen Tutorgruppe? Was ist die obere Schranke für den Erwartungswert?

### Aufgabe H14 (15 Punkte)

Gegeben sind  $k$  Eimer, die von links nach rechts nebeneinanderstehen und am Anfang leer sind.

Es gibt zwei Operationen, die wir ausführen können:

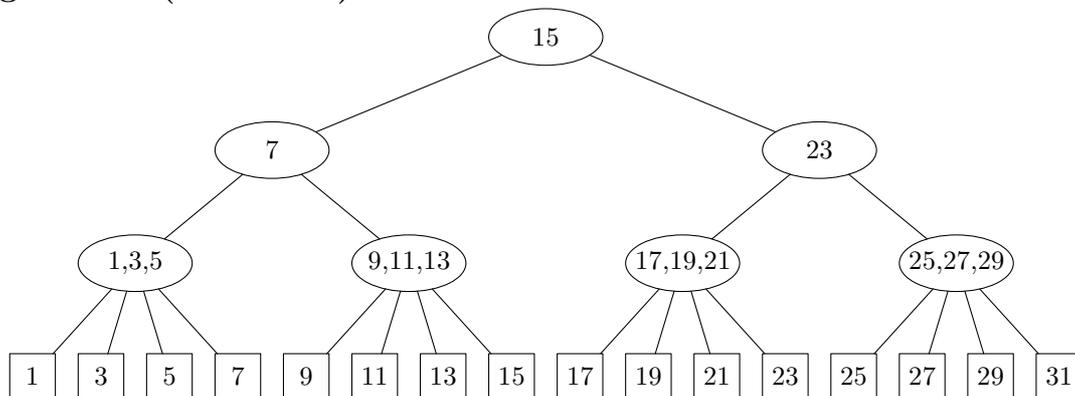
- Hineinwerfen*( $i$ ) mit  $1 \leq i \leq k$ : Ein Stein wird in den  $i$ ten Eimer hineingeworfen.
- Schwappen*( $i$ ) mit  $1 \leq i < k$ : Jeder Stein in Eimer  $i$  wird herausgeholt und in den Eimer  $i + 1$  gelegt.

Wir gehen davon aus, daß Herausnehmen und Hineinlegen eines Steines konstant viel Zeit benötigt.

Beweisen Sie, daß  $n$  beliebige Operationen in  $O(kn)$  Zeit ausgeführt werden können, bzw. daß die amortisierte Zeit einer Operation  $O(k)$  ist.

Definieren und verwenden Sie dazu eine Potentialfunktion  $\Phi$ .

### Aufgabe H15 (10 Punkte)



Wie sieht dieser (2, 4)-Baum jeweils nach dem Löschen der Schlüssel 1, 3, 5, 7 und 9 aus?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----