

Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe T18

Wo steckt der Gedankenfehler in folgendem „Beweis“?

Wenn ich n Dinge sortieren will, dann sortiere ich sie einfach topologisch, anstatt normal. Danach sind sie sortiert und ich habe es in linearer Zeit geschafft. Quicksort braucht aber ja schon mehr als lineare Zeit und daher habe ich Quicksort geschlagen.

Aufgabe T19

Folgende Relation sei auf den natürlichen Zahlen definiert:

$n \prec' m$ gilt genau dann, wenn n ein Teiler von m ist oder wenn $n > m$ und sowohl n als auch m Primzahlen sind.

Die Halbordnung \prec ist die transitive Hülle von \prec' .

- Skizzieren Sie den gerichteten Graphen, der die Relation \prec' (und damit indirekt auch \prec) auf der Teilmenge $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ darstellt.
- Bestimmen Sie eine topologische Sortierung dieser Menge, indem Sie den Algorithmus aus der Vorlesung verwenden.
- Kann man die ganze Menge der natürlichen Zahlen bezüglich \prec topologisch sortieren? Wenn nicht, warum nicht?

Aufgabe H15

Wir betrachten folgenden ungerichteten Graphen: Die Knoten sind die Zahlen $\{1, 2, 3, 4\}$ und es gibt Kanten zwischen allen Knotenpaaren. Darüber hinaus hat eine Kante zwischen den Knoten i und j das Gewicht $(i + j)^2$.

Führen Sie den Algorithmus von Dijkstra auf diesem gewichteten Graphen aus, wobei Sie 1 als Startknoten verwenden. Geben Sie alle Zwischenschritte an.

Aufgabe H16

Das „Neunerschiebepuzzle“ besteht aus acht beweglichen Feldern in einer 3×3 -Matrix. Jeweils eine der neun Positionen ist frei und ein an die freie Position angrenzendes Feld kann in diese hineingeschoben werden. Dies nennen wir einen „Zug“.

1	2	3
	4	5
7	8	6

1	2	3
4	5	6
7	8	

Ziel des Spiels ist es, die rechts gezeigte Position zu erreichen. Wir können uns nun einen ungerichteten Graphen vorstellen, dessen Knoten die Positionen dieses Spiels sind. Zwei Positionen sind durch eine Kante verbunden, wenn ein Zug sie ineinander überführt.

Wir können eine Breitensuche auf diesen Graphen beginnen, ohne ihn vorher komplett zu konstruieren. Führen Sie eine solche Breitensuche auf dem links gezeigten Startknoten aus und brechen Sie sie ab, sobald die Zielposition erscheint. Zeichnen Sie den bis dahin entstandenen Breitensuchbaum auf.

Können Sie jetzt eine kürzestmögliche Lösung des Rätsels aus diesem Baum ablesen?

Ist es in dieser und ähnlichen Situationen Ihrer Meinung nach bessers eine Tiefen- oder eine Breitensuche durchzuführen?