

## Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

### Aufgabe T10

Wir betrachten die Hashfunktion

$$h: \Sigma^* \rightarrow \{0, \dots, m-1\}, \quad c_1 c_2 \dots c_k \mapsto \left( \sum_{i=1}^k c_i \right) \bmod m,$$

welche die Menge  $\Sigma^*$  aller Wörter (im ASCII-Alphabet) auf eine Zahl zwischen 0 und  $m-1$  abbildet.

- Ist  $h$  ein gute Hashfunktion? Überlegen Sie sich realistische Anwendungsbeispiele, für welche  $h$  sehr viele Kollisionen erzeugt.
- Wie könnte eine vernünftige Hashfunktion für Zeichenketten aussehen, für welche Sie unter normalen Umständen ein gutes Verhalten erwarten würden? Wie gehen Sie mit dem Fall um, daß  $m$  sehr groß ist?

### Aufgabe T11

Wir verwenden jetzt folgende universelle Familie von Hashfunktionen:

$$\{ h_{a,b} \mid 1 \leq a < 5, 0 \leq b < 5 \}$$

mit  $h_{a,b}(x) = ((ax + b) \bmod 5) \bmod 4$ .

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß  $h(2) = h(3)$  ist, falls wir  $h$  zufällig aus obiger Familie von Funktionen wählen.

Was müßte herauskommen, wenn man bedenkt, daß es sich um eine universelle Familie von Hashfunktionen handelt?

Da es sich um viele Funktionen handelt, sollte die Arbeit unter viele Personen verteilt werden, damit es schneller geht. Wie lange brauchen Sie gemeinsam, um diese Wahrscheinlichkeit ohne Taschenrechner oder ähnlichem zu berechnen?

### Aufgabe H7

Erstellen Sie mithilfe eines Programms eine Tabelle, welche die Wahrscheinlichkeiten von  $h(x) = h(y)$  für alle  $0 \leq x, y < 5$  enthält, falls  $h$  wieder zufällig aus der Familie von T11 gezogen wird.

Ist das Ergebnis das, was Sie erwarten?

Wiederholen Sie das Experiment, aber ersetzen Sie jetzt überall 5 durch 6. Kommentieren Sie das Ergebnis. Nehmen Sie insbesondere dazu Stellung, ob es sich auch jetzt um eine universelle Familie von Hashfunktionen handelt.

### Aufgabe H8

Gegeben sei die (wohl nicht besonders gute) Hashfunktion

$$\{0, \dots, 10^{10}\} \rightarrow \{0, \dots, 9999\}, n \mapsto (5n^2 + 3n + 7)^{16} \bmod 10000.$$

Finden Sie zehn verschiedene Werte aus dem Definitionsbereich dieser Funktion, welche alle auf denselben Funktionswert abgebildet werden.