Binäre Suchbäume – Löschen

In der Klasse Searchtree$\langle K, D \rangle$:

Java

```
public void delete(K k) {
  if(root == null) return;
  if(root.left == null && root.right == null && root.key == k)
    root = null;
  else {
    Searchtreenode<K, D> n = root.findsubtree(k);
    if(n ≠ null) n.delete();
  }
}
```

Binäre Suchbäume – Löschen

Java

```
void delete() {
  if(left == null && right == null) {
    if(parent.left == this) parent.left = null;
    else parent.right = null; }
  else if(left == null) {
    if(parent.left == this) parent.left = right;
    else parent.right = right;
    right.parent = parent; }
  else {
    Searchtreenode<K, D> max = left;
    while(max.right ≠ null) max = max.right;
    copy(max); max.delete();
  }
}
```

Binäre Suchbäume – Löschen

In Searchtree⟨K, D⟩ jetzt korrekt:

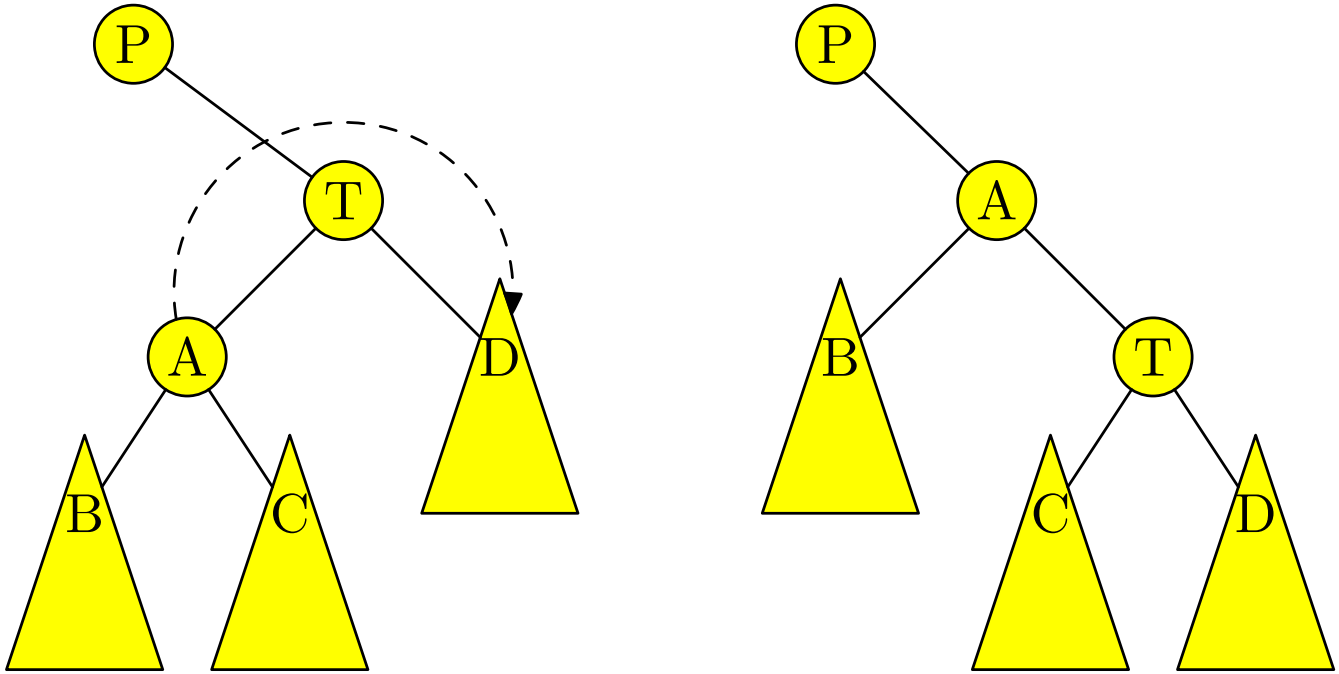
Java

```
protected void delete(K k) {
  if(root == null) return;
  if(root.key.equals(k))
    if(root.left == null && root.right == null) {
      root = null; return;
    }
    else if(root.left == null) {
      root = root.right; root.parent = null; return;
    }
  Searchtreenode⟨K, D⟩ n = root.findsubtree(k);
  if(n ≠ null) n.delete();
}
```

Binäre Suchbäume – Beispiel

Die Schlüssel von 1 bis 40 werden zufällig eingefügt oder gelöscht.

Umstrukturierung durch Rotationen



Eine Rechtsrotation um T.

Die Suchbaumeigenschaft bleibt erhalten.

B, C, D können nur aus externen Knoten bestehen.

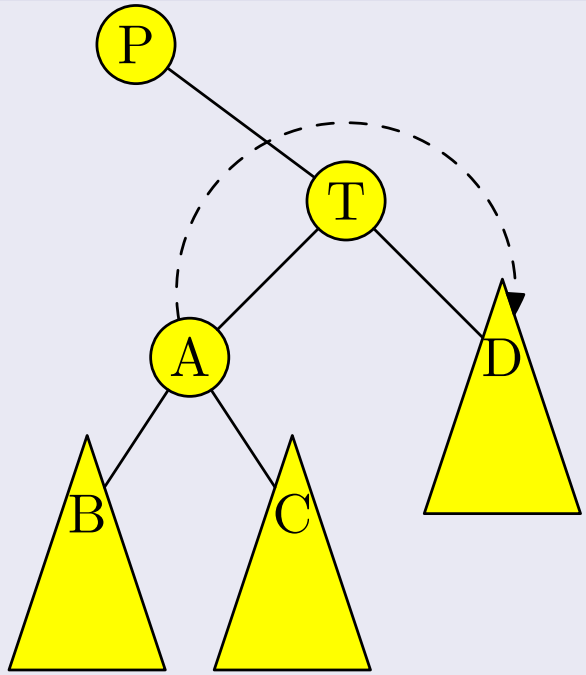
Laufzeit: Konstant!

Rotationen

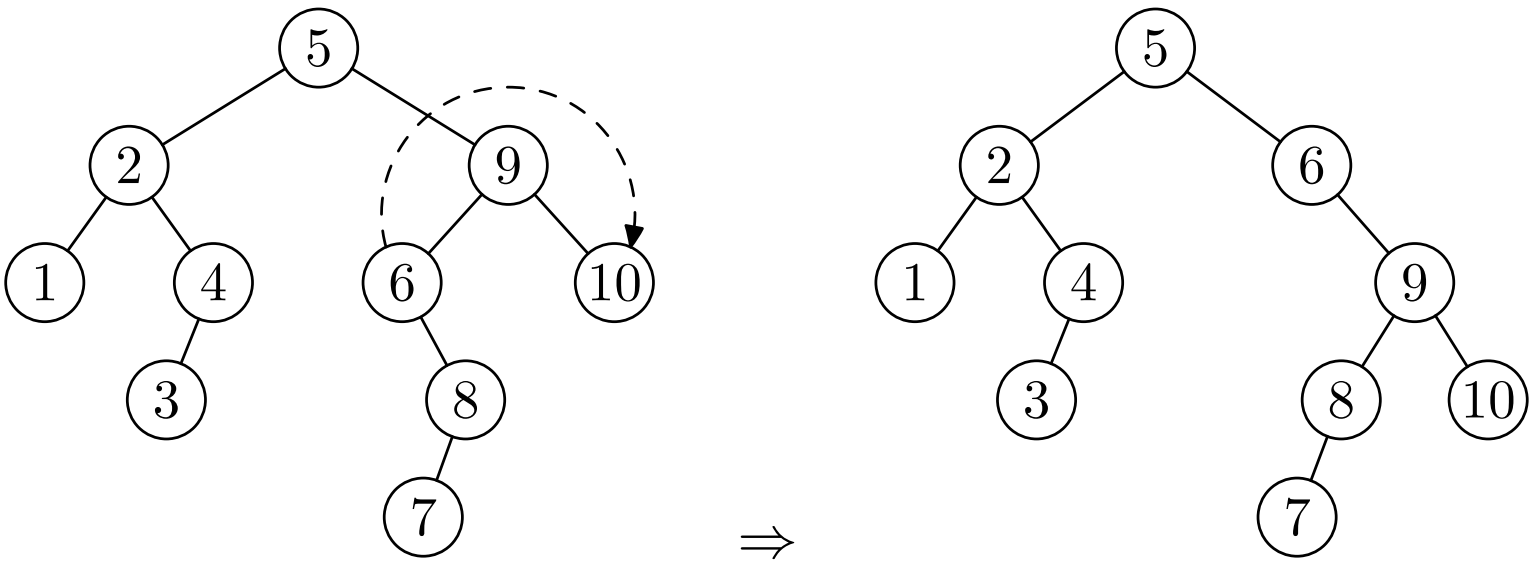
Wir rotieren rechts um 5 und dann zurück links um 3.

Java

```
void rotateright() {
  Searchtreenode⟨K, D⟩ p, a, b, c, d;
  p = this.parent;
  a = this.left;  d = this.right;
  b = a.left;  c = a.right;
  if(p ≠ null) {
    if(p.left == this) p.left = a;
    else p.right = a;
  }
  a.right = this;  a.parent = p;
  this.left = c;  this.parent = a;
  if(c ≠ null) c.parent = this;
}
```

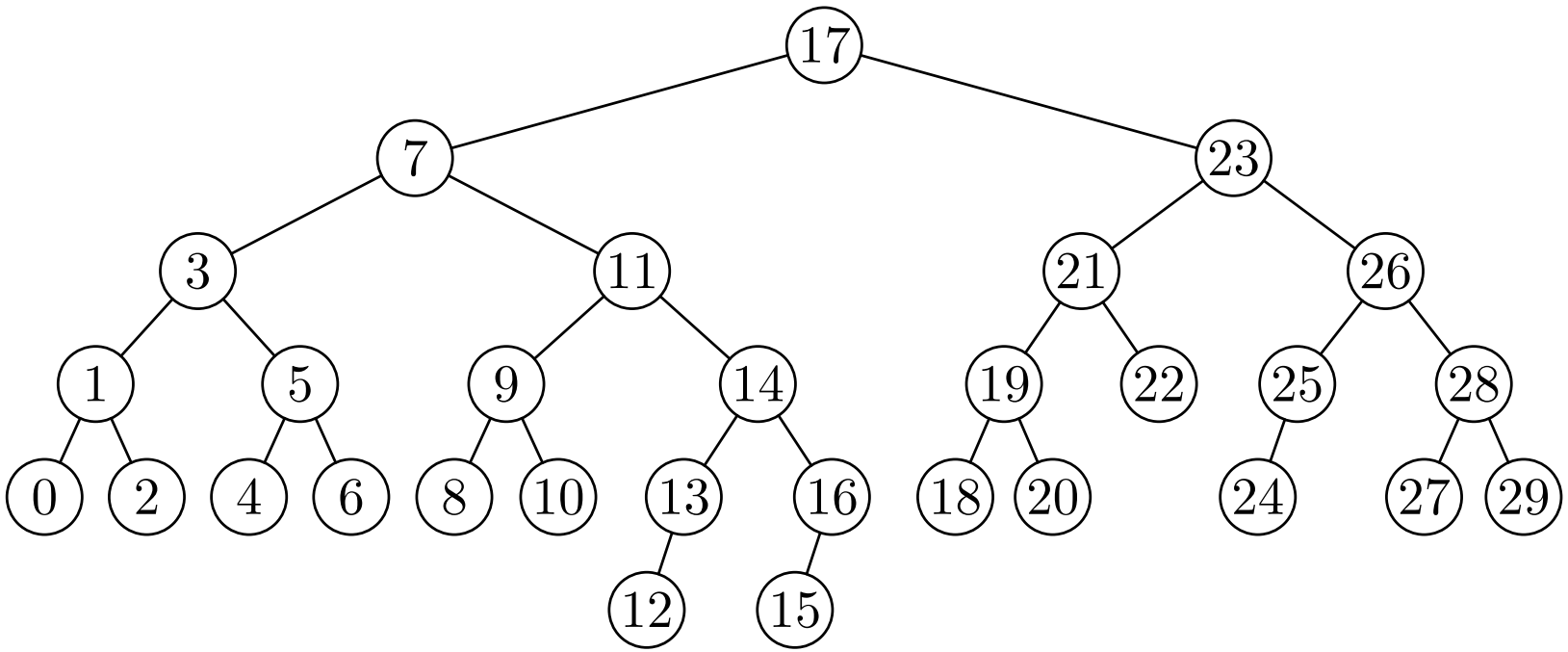


Beispiel



Frage: Kann man einen Knoten durch Rotationen zu einem Blatt machen?

AVL-Bäume

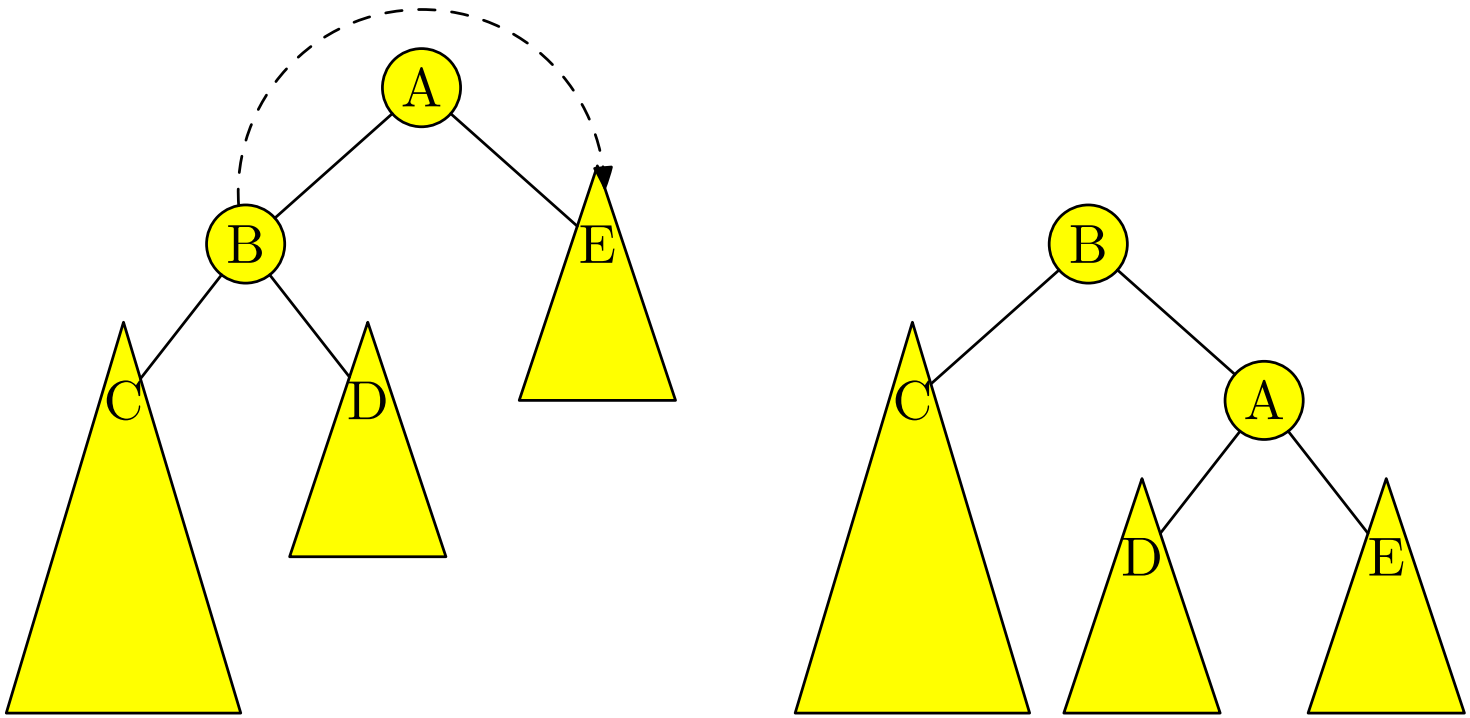


AVL-Bäume werden annähernd balanziert gehalten.

AVL-Eigenschaft:

Die Höhen des rechten und linken Unterbaums jedes Knotens unterscheiden sich höchstens um 1.

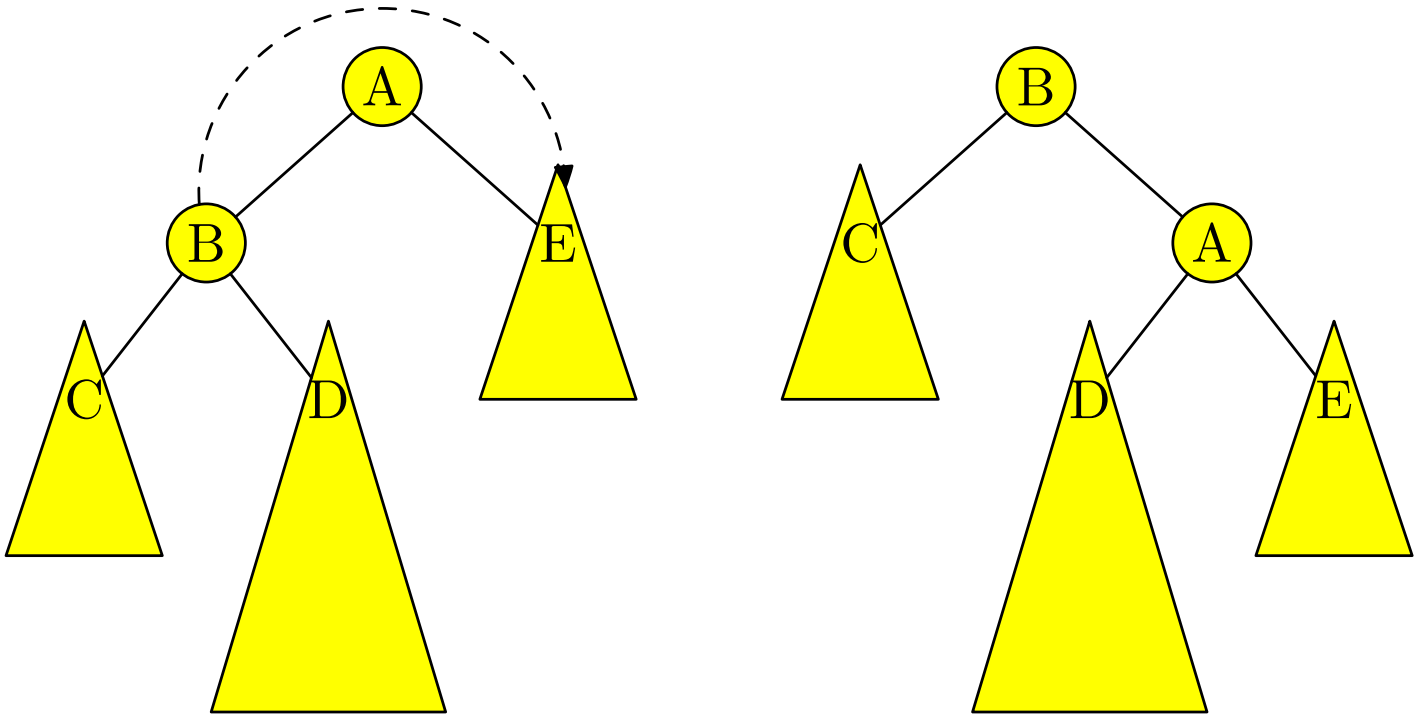
AVL-Bäume – Einfügen



Durch Einfügen in C ist die AVL-Bedingung verletzt.

Reparieren durch Rechtsrotation um A.

AVL-Bäume – Einfügen

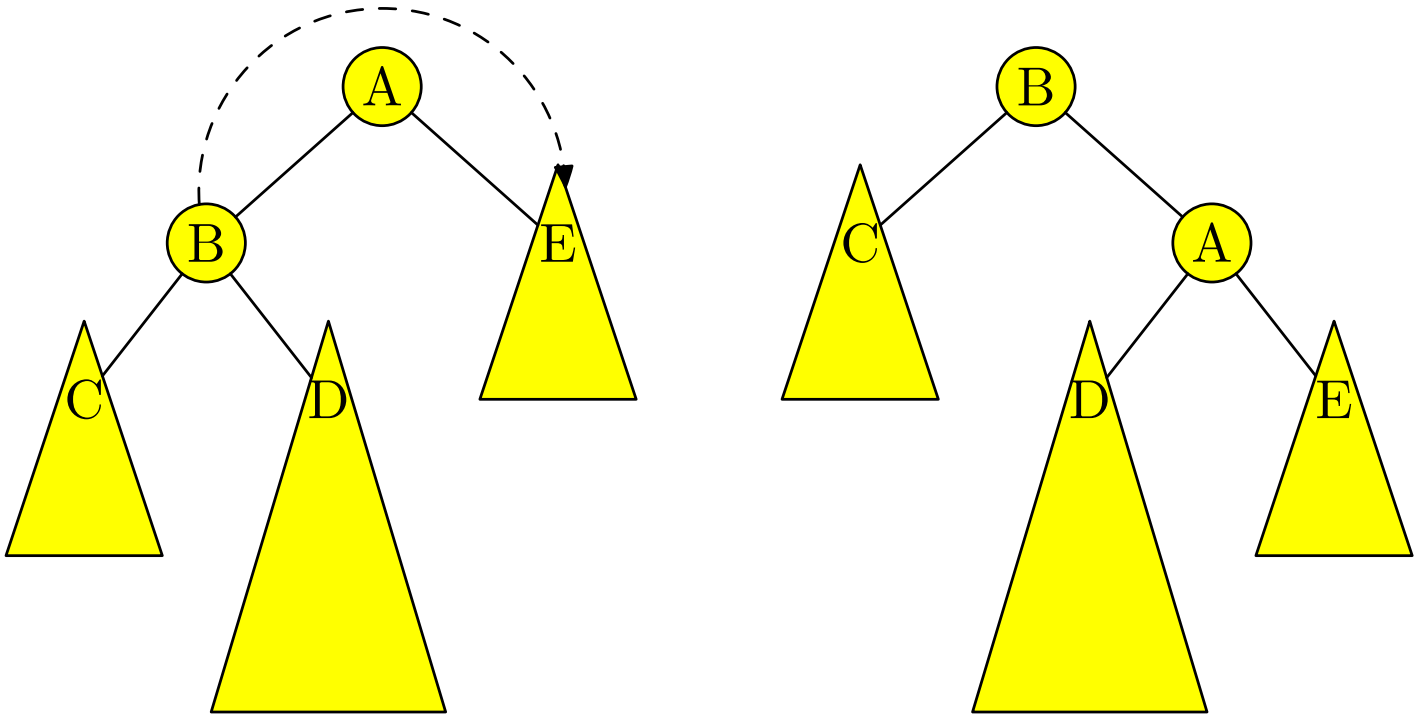


Durch Einfügen in D ist die AVL-Bedingung verletzt.

Reparieren durch Rechtsrotation um A?

Lösung: Erst um B links, dann um A rechts rotieren!

AVL-Bäume – Einfügen

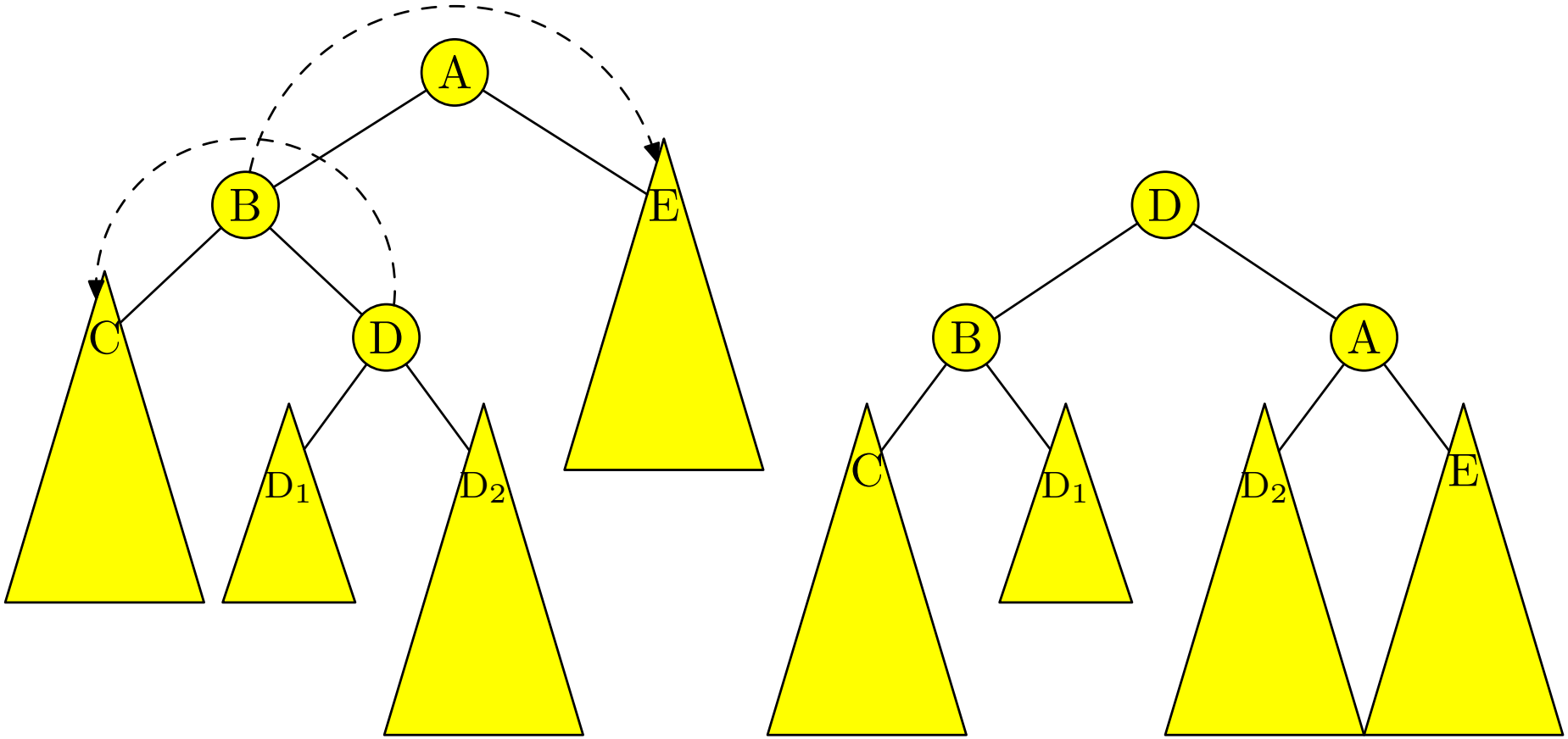


Durch Einfügen in D ist die AVL-Bedingung verletzt.

Reparieren durch Rechtsrotation um A?

Lösung: Erst um B links, dann um A rechts rotieren!

AVL-Bäume – Einfügen



Durch Einfügen in D ist die AVL-Bedingung verletzt.

Erst um B links, dann um A rechts rotieren!

Wir nennen dies auch eine Doppelrotation.

AVL-Bäume – Einfügen

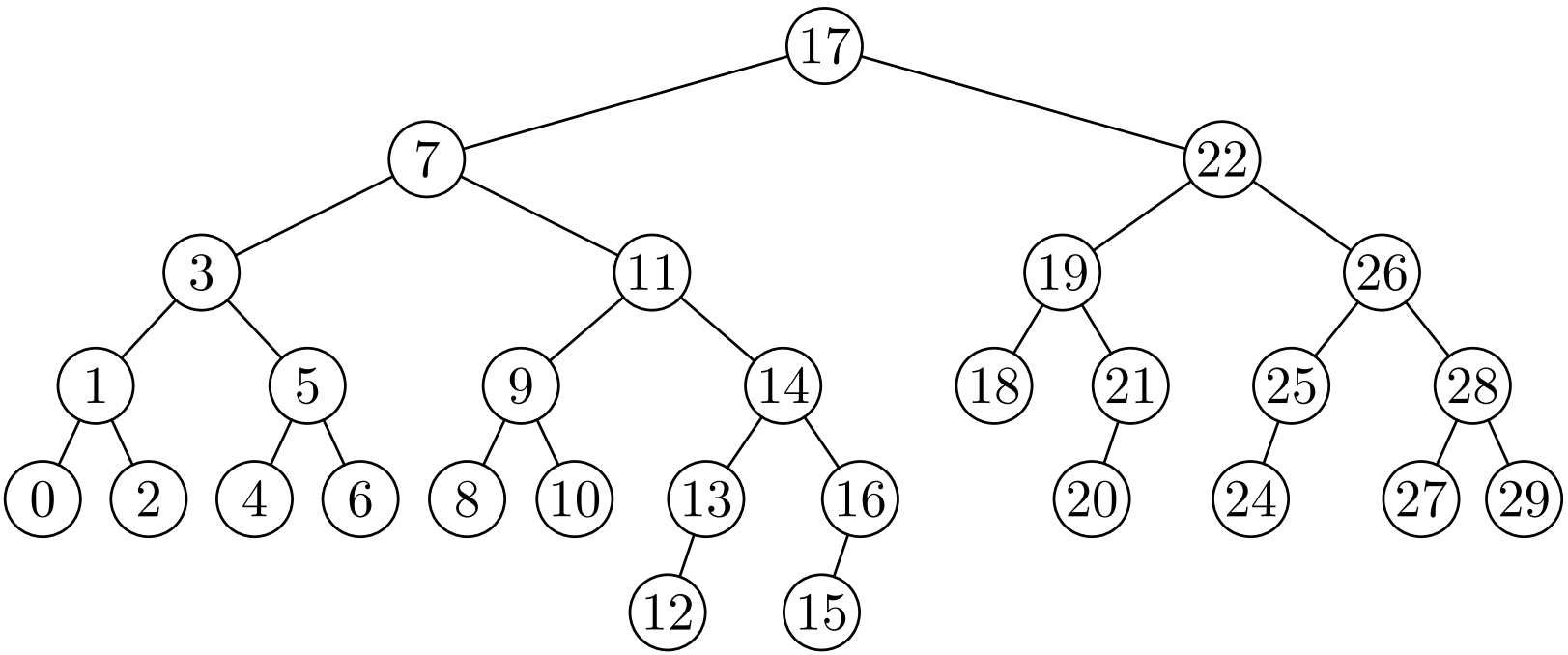
Durch Einfügen können nur Knoten auf dem Pfad von der Wurzel zum eingefügten Blatt unbalanziert werden.

Algorithmus

```
procedure avl – insert(key k) :
  insert(k);
  n := findnode(k);
  while n ≠ root do
    if n unbalanced then rebalance n fi;
    n := parent(n);
  od
```

Es werden höchstens zwei Rotationen durchgeführt.

Beispiel



Java

```
void rebalance() {
 computeheight();
 if(height(left) > height(right) + 1) {
  if(height(left.left) < height(left.right)) left.rotateleft();
  rotateright();
 }
 else if(height(right) > height(left) + 1) {
  if(height(right.right) < height(right.left)) right.rotateright();
  rotateleft();
 }
 if(parent ≠ null)((AVLtreenode⟨K, D⟩) parent).rebalance();
}
```

Java

```
public void insert(K k, D d) {
  if(root == null) root = newNode(k, d);
  else root.insert(newNode(k, d));
  ((AVLtreenode⟨K, D⟩) root.findsubtree(k)).rebalance();
  repair_root();
}
```

Java

```
public void repair_root() {
  if(root == null) return;
  while(root.parent ≠ null) root = root.parent;
}
```

AVL-Bäume – Einfügen

- Nur Knoten auf Pfad zur Wurzel können unbalanziert werden.
- Durch Rotation oder Doppelrotation reparieren.
- Dadurch nimmt Höhe ab!
- $\Rightarrow$ Danach wieder balanziert.
- $\Rightarrow$ Es muß nur einmal repariert werden.
- Einfügen benötigt maximal zwei Rotationen.

AVL-Bäume – Löschen

Wiederholung

Drei Möglichkeiten beim Löschen:

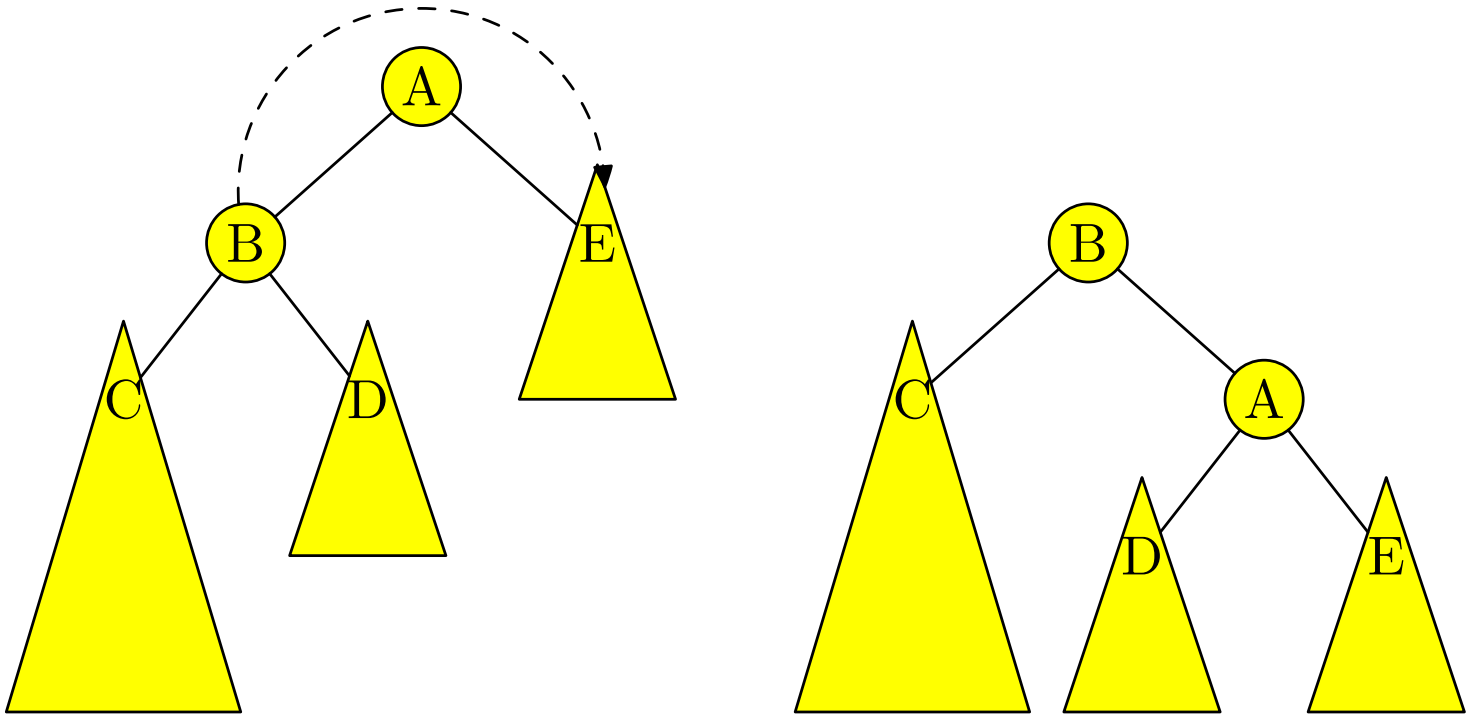
1. Ein Blatt
2. Kein linkes Kind
3. Es gibt linkes Kind

Nur bei den ersten beiden Fällen ändert sich die Höhe direkt!

Nur Knoten auf dem Pfad zur Wurzel können unbalanziert werden.

$\Rightarrow$ Wieder durch Rotationen reparieren.

AVL-Bäume – Löschen



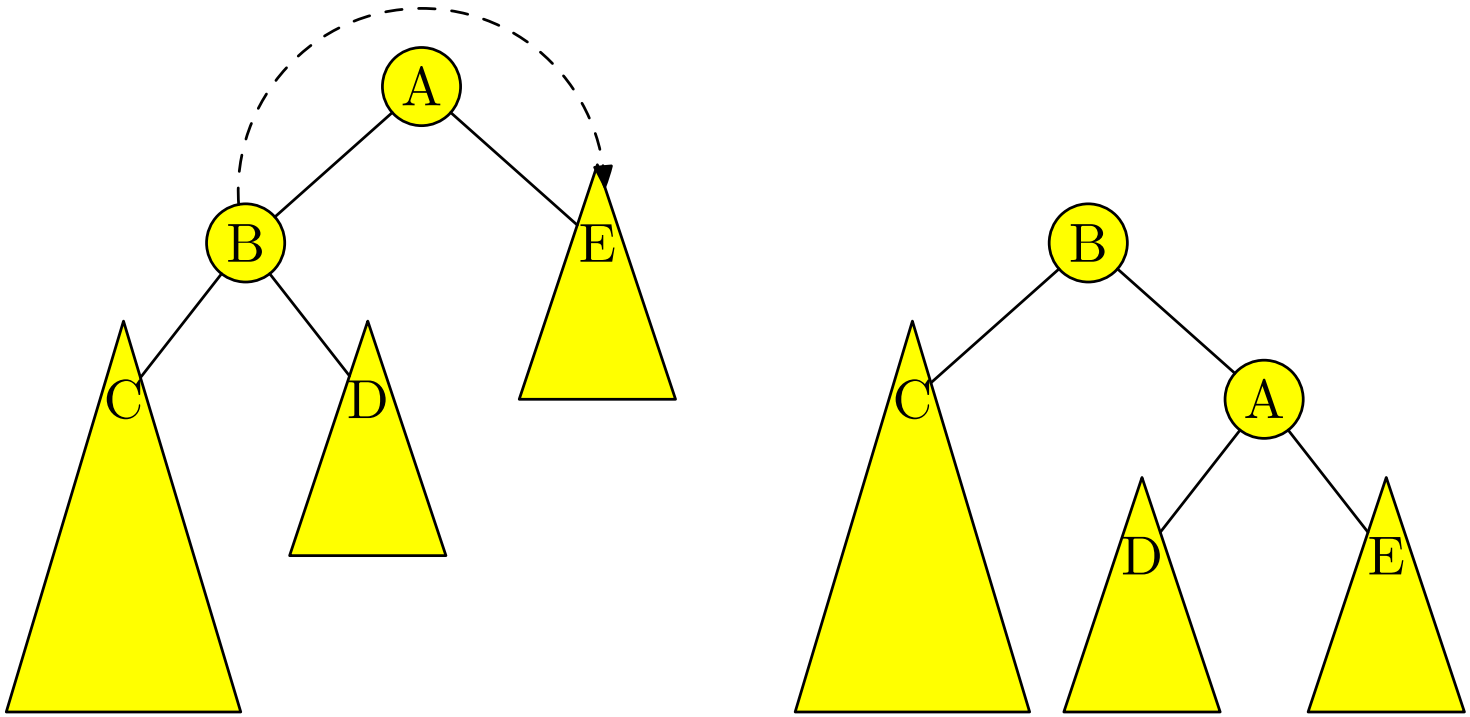
Durch Löschen aus E ist AVL-Bedingung in A verletzt.

Reparieren durch Rechtsrotation um A.

Die Höhe ist dadurch gesunken!

Elternknoten von A kann wieder unbalanziert werden!

AVL-Bäume – Löschen



Durch Löschen aus E ist AVL-Bedingung in A verletzt.

Reparieren durch Rechtsrotation um A.

Die Höhe ist dadurch gesunken!
Elternknoten von A kann wieder unbalanziert werden!

Java

```
void delete() {
  if(left == null && right == null) {
    if(parent.left == this) parent.left = null;
    else parent.right = null;
    ((AVLtreenode⟨K, D⟩) parent).rebalance(); }
  else if(left == null) {
    copy(right);
    if(right.left ≠ null) right.left.parent = this;
    if(right.right ≠ null) right.right.parent = this;
    left = right.left; right = right.right;
    rebalance(); }
  else {
    Searchtreenode⟨K, D⟩ max = left;
    while(max.right ≠ null) max = max.right;
    copy(max); max.delete(); }
}
```

AVL-Bäume – Löschen

Java

```
public void delete(K k) {
  if(root == null) return;
  AVLtreenode<K, D> n;
  n = (AVLtreenode<K, D>) root.findsubtree(k);
  if(n == null) return;
  if(n == root && n.left == null && n.right == null) {
    root = null;
  }
  else {
    n.delete();
  }
  repair_root();
}
```

AVL-Bäume – Beispiel

Schlüssel von 1 bis 40 werden zufällig eingefügt und gelöscht.