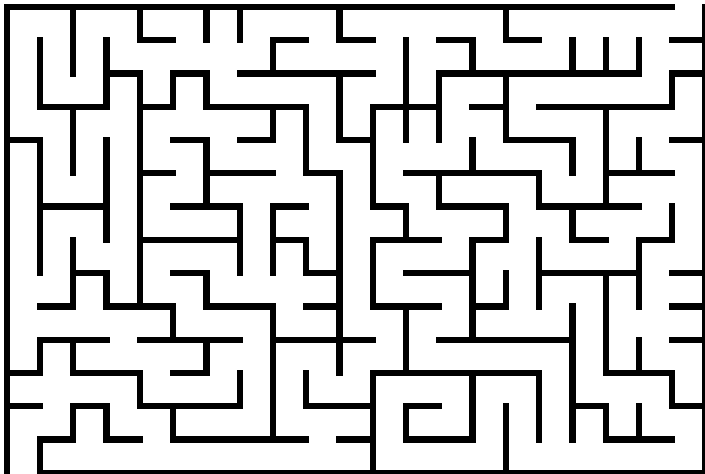
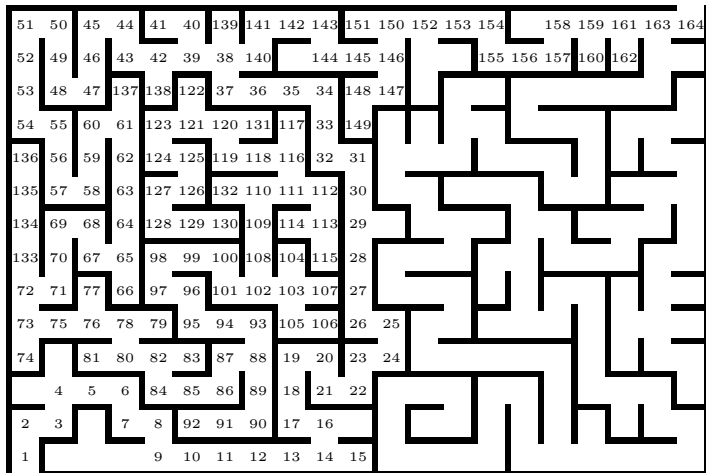


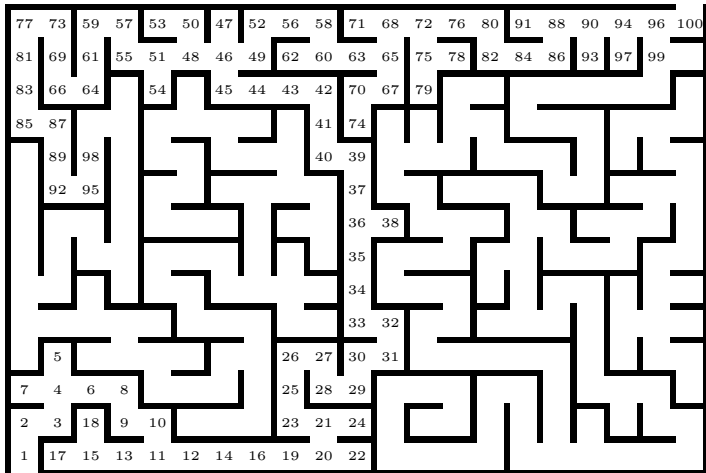
# Beispiel



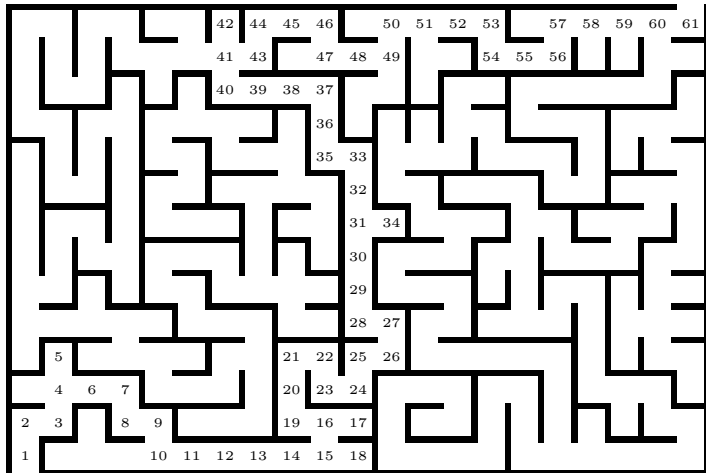
# Beispiel: DFS



# Beispiel: BFS



# Beispiel: LC

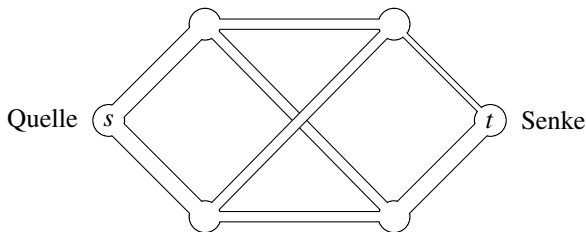


# Übersicht

- 3 Graphalgorithmen
  - Darstellung von Graphen
  - Tiefensuche
  - Starke Komponenten
  - Topologisches Sortieren
  - Kürzeste Pfade
  - Netzwerkalgorithmen
  - Minimale Spannbäume

# Netzwerkfluß

Gegeben ist ein System von Wasserrohren:

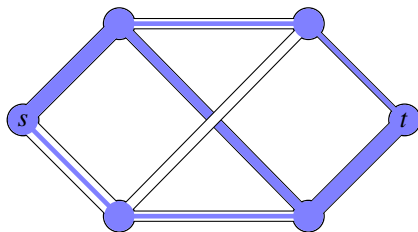


Die Kapazität jedes Rohres ist 3, 5 oder 8 l/s.

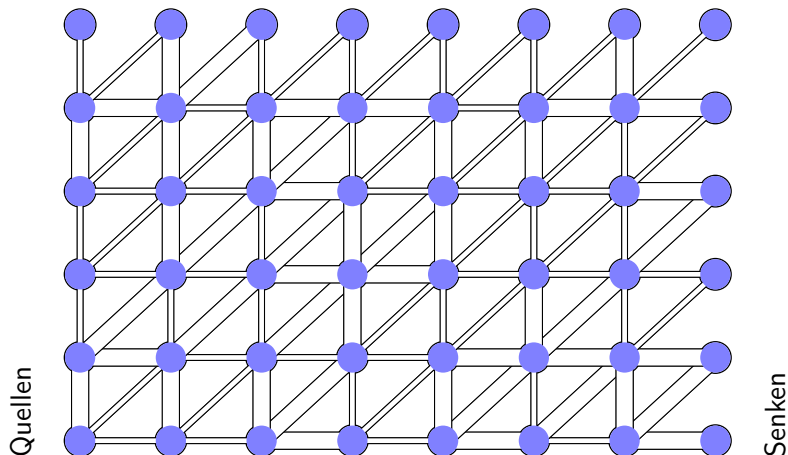
Frage: Wieviel Wasser kann von der Quelle zur Senke fließen?

# Netzwerkfluß

Antwort: Maximal 11  $l/s$  sind möglich.



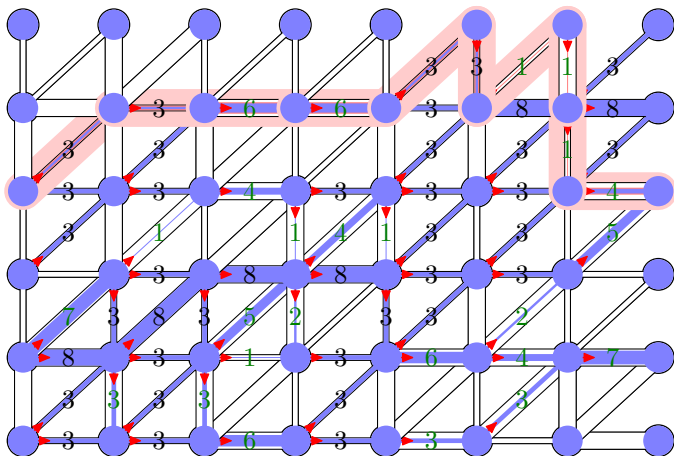
# Netzwerkfluß – Aufgabe



Die Kapazitäten sind 3 und 8.



# Netzwerkfluß – Lösung



Der maximale Fluß beträgt 30.

# $s$ - $t$ -Netzwerke

## Definition

Ein  **$s$ - $t$ -Netzwerk** (flow network) ist ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$ , wobei

- 1 jede Kante  $(u, v) \in E$  eine **Kapazität**  $c(u, v) \geq 0$  hat,
- 2 es eine **Quelle**  $s \in V$  und eine **Senke**  $t \in V$  gibt.

Es ist bequem, anzunehmen daß jeder Knoten auf einem Pfad von  $s$  nach  $t$  liegt.

Falls  $(u, v) \notin E$  setzen wir  $c(u, v) = 0$ .

Es kann Kanten  $(u, v)$  und  $(v, u)$  mit verschiedener Kapazität geben.

# $s$ - $t$ -Netzwerke

## Definition

Ein  **$s$ - $t$ -Netzwerk** (flow network) ist ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$ , wobei

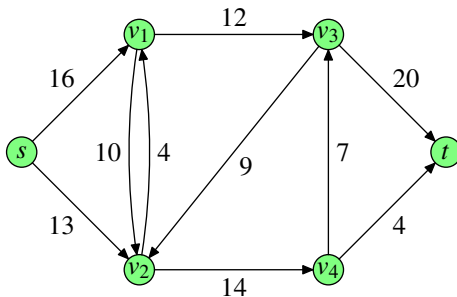
- 1 jede Kante  $(u, v) \in E$  eine **Kapazität**  $c(u, v) \geq 0$  hat,
- 2 es eine **Quelle**  $s \in V$  und eine **Senke**  $t \in V$  gibt.

Es ist bequem, anzunehmen daß jeder Knoten auf einem Pfad von  $s$  nach  $t$  liegt.

Falls  $(u, v) \notin E$  setzen wir  $c(u, v) = 0$ .

Es kann Kanten  $(u, v)$  und  $(v, u)$  mit verschiedener Kapazität geben.

# Beispiel eines $s$ - $t$ -Netzwerks



Die Kanten sind mit den Kapazitäten  $c(u, v)$  beschriftet.

# Flüsse

## Definition

Ein **Fluß** ist eine Funktion  $f: V \times V \rightarrow \mathbf{R}$ , die Paare von Knoten auf reelle Zahlen abbildet und diese Bedingungen erfüllt:

- **Zulässigkeit:** Für  $u, v \in V$  gilt  $f(u, v) \leq c(u, v)$ .
- **Symmetrie:** Für  $u, v \in V$  gilt  $f(u, v) = -f(v, u)$ .
- **Flußerhaltung:** Für  $u \in V - \{s, t\}$  gilt  $\sum_{v \in V} f(u, v) = 0$ .

Der **Wert**  $|f|$  eines Flusses ist definiert als  $|f| = \sum_{u \in V} f(s, u)$ .

Dies ist gerade der Gesamtfluß aus der Quelle heraus.

# Maximale Flüsse

Das Problem des **maximalen Flusses**:

**Gegeben:** Ein  $s$ - $t$ -Netzwerk.

**Gesucht:** Ein Fluß mit maximalem Wert.

Viele Anwendungen

Beispiel: Wieviele Leitungen müssen zerstört sein, damit zwei Computer nicht mehr miteinander kommunizieren können.

Weiteres Beispiel: ISS-Problem

# Maximale Flüsse

Das Problem des **maximalen Flusses**:

**Gegeben:** Ein  $s$ - $t$ -Netzwerk.

**Gesucht:** Ein Fluß mit maximalem Wert.

Viele Anwendungen

Beispiel: Wieviele Leitungen müssen zerstört sein, damit zwei Computer nicht mehr miteinander kommunizieren können.

Weiteres Beispiel: ISS-Problem

# Maximale Flüsse

Das Problem des **maximalen Flusses**:

**Gegeben:** Ein  $s$ - $t$ -Netzwerk.

**Gesucht:** Ein Fluß mit maximalem Wert.

Viele Anwendungen

Beispiel: Wieviele Leitungen müssen zerstört sein, damit zwei Computer nicht mehr miteinander kommunizieren können.

Weiteres Beispiel: ISS-Problem





- Weltraumtouristen machen Angebote
- Sie benötigen spezielle Ausrüstung
- Ausrüstung kann mehrfach benutzt werden
- Wer soll mitgenommen werden?