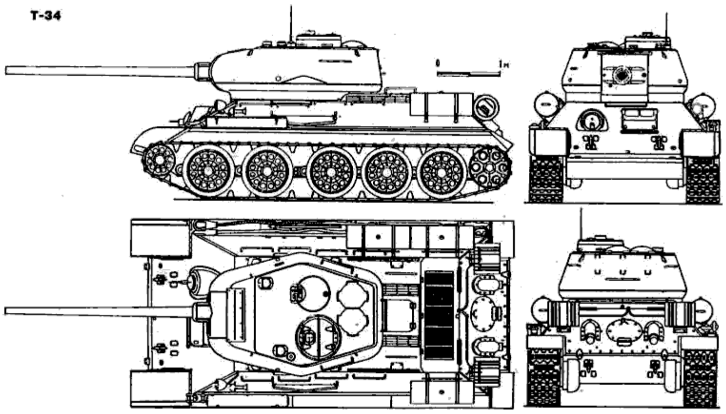
RWTH Aachen
Lehrgebiet Theoretische Informatik
Emmes—Langer—Reidl—Rossmanith

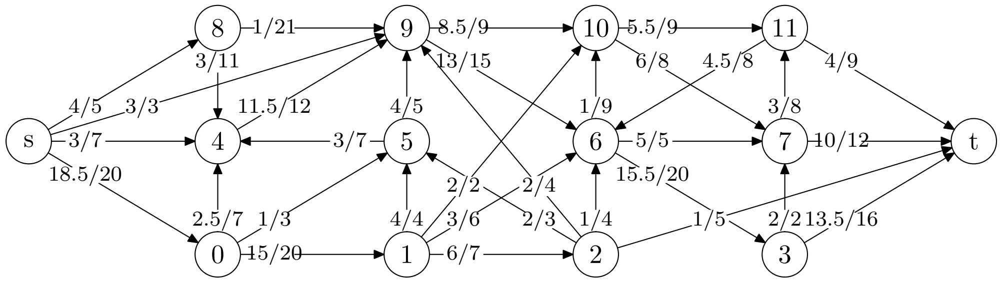
SS 2011
Übungsblatt 11
27.06.2011

Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen



T35

Bestimmen Sie das Residualnetzwerk des folgenden Netzwerkes mit angegebenem Fluß f.

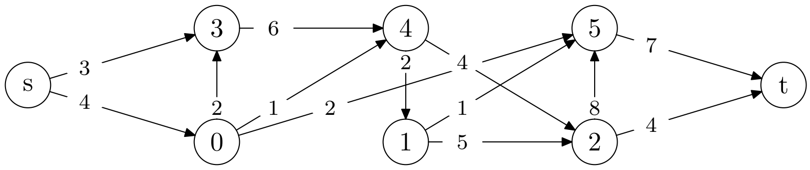


T36

Beweisen Sie den zweiten Punkt von Lemma A: $f(X, Y) = -f(Y, X)$ für $X, Y \subseteq V$ falls f ein Fluß für $G = (V, E)$ ist.

T37

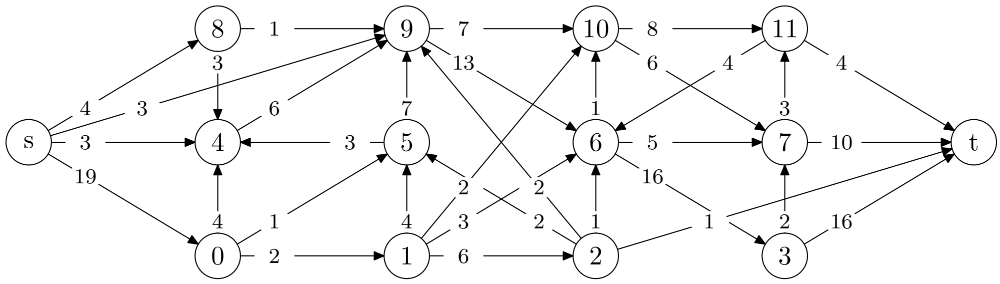
Bestimmen Sie den maximalen Fluß des folgenden Netzwerkes mit Hilfe der Methode von Ford und Fulkerson.



H28 (5 Punkte)

Beweisen Sie den dritten Punkt von Lemma A: $f(X \cup Y, Z) = f(X, Z) + f(Y, Z)$ für $X, Y, Z \subseteq V$, $X \cap Y = \emptyset$, falls f ein Fluß für $G = (V, E)$ ist.

H29 (10 Punkte)
Bestimmen Sie den maximalen Fluß des folgenden Netzwerkes mit Hilfe der Methode von Ford und Fulkerson.



H30 (10 Punkte)
Der niederländische Fritten-Franchise 'Vet Druipend' hat die Stadt Heinsberg erschlossen, dabei jedoch den Markt übersättigt: an vielen Straßenkreuzungen stehen schon mehrere Pommesmobile, in einigen Straßen macht sich 'Vet Druipend' also schon selbst Konkurrenz! Das soll sich nun ändern: künftig werden anstatt Kreuzungen einzelne Straßen von jeweils nur noch einem Mobil bedient. Aus Kostengründen soll diese Umstrukturierung geschehen, indem Mobile von den Kreuzungen in anliegende Straßen geschoben werden—natürlich soll weiterhin ganz Heinsberg bedient werden, es muß also jede Straße abgedeckt werden (Mobile, die bei dieser Maßnahme übrigbleiben, werden von 'Vet Druipend' abgestoßen).
Vereinfachen wir das Problem zu einem Graphenproblem. Sei G ein Graph mit einer Knotenbeschriftung $p\colon V(G) \to \mathbf{N}$. Jeder Knoten $v \in V(G)$ kann bis zu $p(v)$ benachbarte Kanten abdecken. Gefragt ist, ob alle Kanten des Graphen so abgedeckt werden können. Formal suchen wir eine Funktion $g\colon E(G) \to V(G)$ mit den folgenden Eigenschaften:

1. $g(e) = v \Rightarrow e$ ist inzident zu v
2. $|g^{-1}(v)| \leq p(v)$ für alle $v \in V(G)$

Beschreiben Sie, wie das obige Problem als ganzzahliges Flußproblem modelliert werden kann. Genauer soll der maximale, ganzzahlige Fluß betraglich genau dann der Anzahl der Kanten entsprechen, falls eine solche Funktion g existiert.