

## Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

### Aufgabe T1

Berechnen Sie eine möglichst einfache Funktion  $f(n)$  mit  $(\frac{n}{2} + \log(n^2))^3 = f(n) + O(n^2)$ .

### Aufgabe T2

Schätzen Sie  $\log(n^2 + 3n)$  bis auf einen additiven Term von  $O(1/n)$  ab.

### Aufgabe T3

Beweisen Sie, daß für alle  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , so daß  $|f(n)|$  monoton steigt, gilt:  $f(O(1)) = O(1)$ .  
Gilt diese Aussage auch für beliebige  $f$ ?

### Aufgabe T4

Zeigen Sie, daß  $2^{\sqrt{n^2+5}} = 2^n (1 + O(1/n))$  ist.

### Aufgabe H1 (5 Punkte)

Beweisen Sie formal, daß gilt:

$$\frac{1}{O(n)} = \Omega\left(\frac{1}{n}\right)$$

### Aufgabe H2 (10 Punkte)

Sei  $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ . Beweisen Sie, welche der folgenden Aussagen jeweils gilt:

$$\begin{array}{ll} n^{\log n} = O((\log n)^n) & n^{\log n} = \Omega((\log n)^n) \\ (\sqrt{n})^{n^2} = O((n^2)^n) & (\sqrt{n})^{n^2} = \Omega((n^2)^n) \\ H_n = O(\ln n) & H_n = \Omega(\ln n) \end{array}$$

### Aufgabe H3 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgenden Algorithmus:

```
for i = 1 to n do
  for j = i to n do
    for k = i to j do
      print (i, j, k)
```

Finden Sie ein  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ , so daß die Anzahl ausgegebener Zeilen  $\Theta(f(n))$  ist.