RWTH Aachen — **WS 2012/13**
Lehrgebiet Theoretische Informatik — Übungsblatt 5
Reidl–Ries–Rossmanith–Sanchez–Tönnis — 12.11.2012

Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabe T10

Es sei $L(M) = \{ w \mid M \text{ akzeptiert } w \}$. Sind die folgenden Sprachen rekursiv, rekursiv aufzählbar oder keins von beidem. Beweisen Sie ihre Aussage.

1. $L_1 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset \}$
2. $L_2 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) \neq \emptyset \}$
3. $L_3 = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| \text{ ist endlich} \}$
4. $L_4 = \{ \langle M \rangle\langle M' \rangle \mid L(M) \cap L(M') = \emptyset \}$

Aufgabe T11

Es seien $f, g\colon \mathbb{Z}^n \to \mathbb{Z}$ Polynome mit mehreren Variablen.

$$L_{f \leq g} = \{ f, g \mid f \leq g \text{ hat eine ganzzahlige Lösung} \}$$

Ist $L_{f \leq g}$ entscheidbar? Beweisen sie ihre Aussage.
Hinweis: Eine Beispielinstanz wäre etwa $x + (x + 7) \cdot y \leq z^7 - xy + 13$.

Aufgabe H10 (5 Punkte)

Ist das Problem aus Aufgabe T11 rekursiv aufzählbar? Beweisen Sie ihre Aussage.

Aufgabe H11 (5 Punkte)

Es seien $f, g:\ \{ 0, 1 \}^* \cup \{ \perp \} \to \{ 0, 1 \}^* \cup \{ \perp \}$ partielle Funktionen für die $f(\perp) = \perp$ und $g(\perp) = \perp$ gilt. Beweisen oder widerlegen sie:
Es gibt genau dann eine Turingmaschine, die $f \circ g$ berechnet, wenn es Turingmaschinen M und M' gibt, die f und g berechnen.

Aufgabe H12 (8 Punkte)

Ist die Sprache $L = \{ \langle M \rangle\langle M' \rangle \mid L(M) \subseteq L(M') \}$ rekursiv aufzählbar? Beweisen Sie ihre Aussage.