RWTH Aachen **WS 2012/13**
Lehrgebiet Theoretische Informatik Übungsblatt 4
Reidl–Ries–Rossmanith–Sanchez–Tönnis 5.11.2012

Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabe T8

Betrachten Sie die Sprache $L_{Eigen} = \{\, \langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert das Wort } \langle M \rangle \,\}$. Wiederholen Sie zunächst den Beweis aus der Globalübung, der zeigt, daß L_{Eigen} nicht rekursiv ist. Dieser Beweis benutzte nicht den Satz von Rice — beweisen Sie, daß der Satz von Rice überhaupt nicht auf L_{Eigen} anwendbar ist. Zeigen Sie anschließend, daß L_{Eigen} rekursiv aufzählbar ist.

Aufgabe T9

Es sei

$$L_{Platz} = \{\, \langle M \rangle \mid \text{ es existiert } w \in \{0,1\}^*, \text{ so daß } M \text{ auf } w \text{ mehr als } |w| \text{ Platz benötigt} \,\}.$$

Beweisen Sie, daß L_{Platz} nicht berechenbar ist.

Aufgabe H9 (15 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie, daß die folgenden Sprachen entscheidbar sind.

1. $L_{q_0} = \{\, \langle M \rangle \mid \text{auf keiner Eingabe verläßt } M \text{ ihren Startzustand} \,\}$
2. $L_{Quadrat} = \{\, \langle M \rangle \mid M \text{ berechnet die Funktion } n \mapsto n^2 \,\}$
3. $L_{q_3} = \{\, \langle M \rangle \mid M \text{ besucht auf jeder Eingabe Zustand } q_3 \,\}$

   Hinweis: Die Zustände von M sind aufsteigend durchnumeriert. Jede Turingmaschine mit drei oder mehr Zustände besitzt also auch einen Zustand q_3.
4. $L_{1/\sqrt{2}} = \left\{\, \langle M \rangle \;\middle|\; \lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{\big|\{\, w \mid n = |w|,\ M \text{ akzeptiert } w \,\}\big|}{\big|\{\, w \mid n = |w| \,\}\big|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \,\right\}$

Zum Zeigen der Entscheidbarkeit skizzieren Sie eine Turingmaschine, die die Sprache entscheidet, oder beschreiben Sie ein formales Entscheidungsverfahren. Um Unentscheidbarkeit zu zeigen, nutzen Sie die Unterprogrammtechnik oder den Satz von Rice aus der Vorlesung.

Alle Turingmaschinen, die eine Gödelnummer besitzen, verwenden das Eingabealphabet $\Sigma = \{0,1\}$ und das Bandalphabet $\Gamma = \{0,1,B\}$. Ihre Zustände sind $\{q_1, q_2, \ldots, q_n\}$.