RWTH Aachen — **WS 2003/04**
Lehrgebiet Theoretische Informatik — Probeklausur
Mölle—Richter—Rossmanith — 12.12.03

Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabe 1 (1 Punkt) Geben Sie zwei verschiedene Möglichkeiten an, ungerichtete Graphen als Bitstrings zu kodieren.

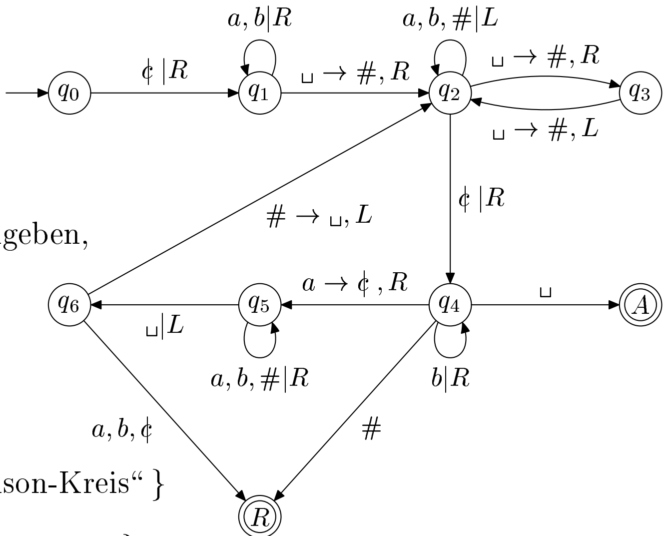
Aufgabe 2 (3 Punkte) Für welche L ist λ in den folgenden Sprachen enthalten?

1. $(\overline{L^*})^*$
2. $\overline{L} \cdot L$
3. $h(L)$, wobei h ein injektiver Homorphismus von Σ^* nach Σ^* ist

Aufgabe 3 (2 Punkte) Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke (in k *und* n) für die Kolmogorov-Komplexität der folgenden Zahlen an!

1. $n = k^{2^{100!}}$
2. $n = |\{M \in \{0,1\}^{k\times k} \mid \text{M ist eine Diagonalmatrix}\}|$

Aufgabe 4 (3+1 Punkte)



1. Welche Sprache aus $\{a, b\}^*$ erkennt diese Turingmaschine?
2. Können Sie einen endlichen Automaten angeben, der dieselbe Sprache erkennt?

Aufgabe 5 (5 Punkte)
Welche der folgenden Sprachen sind rekursiv?

1. $\{$ Kod(M) $\mid M$ akzeptiert den String „Paulson-Kreis“ $\}$
2. $\{$ Kod(M) $\mid M$ verwirft den String „Paulson-Kreis“ $\}$
3. $\{$ Kod(M) $\mid L(M)$ ist nicht rekursiv aufzählbar $\}$
4. $\{ \text{Kod}(M) \mid L(M) = L(M)^{24} \}$

Aufgabe 6 (-7 bis 7 Punkte) Geben Sie für jede der folgenden Sprachen an, ob sie bzw. ihr Komplement rekursiv oder rekursiv aufzählbar sind! Es ist hier keine Begründung gefordert!

1. L_H
2. PKP
3. MPKP
4. L_{diag}
5. L_U
6. $\{i \mid M_i \text{ hält auf allen Eingaben}\}$

Aufgabe 8 (2 Punkte) Ist die folgende PKP-Instanz lösbar, wenn die erste Karte nur einmal verwendet werden darf?

10	10	001	1	0
1	01	11	00	101

Aufgabe 8 (2 Punkte) Partitionieren Sie $\mathbf{R}$ (die reellen Zahlen) in gleichmächtige Mengen M_i mit $i \in \mathbf{N}$! Geben Sie die verwendete Strategie und die Größe der Mengen an.

Aufgabe 9 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die meisten Funktionen von $\mathbf{N}$ nach $\mathbf{N}$ nicht total berechenbar sind! Was ist hier die Bedeutung des Ausdrucks „die meisten“?

Aufgabe 10 (3+4 Punkte)

1. Ein Onkel möchte Ihnen alle Funktionen von $\mathbf{N}$ nach $\{0, 1\}$ zu Weihnachten schenken (ganz toll). Um die Übersicht zu behalten, möchte er die Funktionen einzeln verpacken und mit natürlichen Zahlen nummerieren. Zeigen Sie, dass dies nicht gelingen kann!

2. Eine großzügige Tante hingegen möchte Ihnen alle Turingmaschinen schenken. Um die schönste Anordnung der Pakete (in einer Reihe) zu ermitteln, will sie alle Permutationen durchprobieren. Sie glaubt nicht, sich beeilen zu müssen, da die Zeit bis zur Bescherung erfahrungsgemäß unendlich lange ist. Für das Begutachten einer Anordnung nimmt sie sich deshalb jeweils eine Minute Zeit. Kann Ihre Tante eine Strategie finden, bei der jede Anordnung irgendwann vorkommt?

Aufgabe 11 (3+5 Punkte) Ihre Tante hat Ihnen aus Versehen auch eine Zeitreisen-Turingmaschine (ZRTM) geschenkt. Diese kann wie eine Turingmaschine rechnen, aber zusätzlich in der Zeit reisen.

1. Es sei L eine beliebige rekursiv aufzählbare, jedoch nichtrekursive Sprache. Kann L unter Verwendung der ZRTM *entschieden* werden?

2. Kann es eine Sprache geben, die auch für die ZRTM unentscheidbar bleibt?

Begründen Sie Ihre Antworten!