RWTH Aachen | **SS 2004**
Lehrgebiet Theoretische Informatik | Klausur
Mölle—Richter—Rossmanith | 12.08.2004

Diplom-Vorprüfung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Fällen Sie jeweils zuerst Ihr Urteil, und **begründen** Sie es dann! (K steht für die Kolmogorov-Komplexität.)

(a)	$n \in \mathbf{N}$	$\Rightarrow$	$K(n) \le \log n + O(1)$
(b)	$n \in \{\, k^2 \mid k \in \mathbf{N} \,\}$	$\Rightarrow$	$K(n) > \sqrt{n} + O(1)$
(c)	$n \in \{\, 4^k \mid k \in \mathbf{N} \,\}$	$\Rightarrow$	$K(n) = \log\log n + O(1)$
(d)	$w \in \{a\}^*$	$\Rightarrow$	$K(w) = O(\log \lvert w \rvert)$
(e)	$w \in \{0,1\}^*$	$\Rightarrow$	$K(w) = \omega(\sqrt{\lvert w \rvert})$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Fällen Sie jeweils zuerst Ihr Urteil, und **begründen** Sie es dann!

(a) Jede Sprache $L \subseteq \{a,b\}^*$ mit $|L| \le k$ für ein festes $k \in \mathbf{N}$ ist rekursiv, aber nicht rekursiv aufzählbar.

(b) Die Differenz $L_1 - L_2$ zweier rekursiv aufzählbarer Sprachen L_1, L_2 ist stets rekursiv aufzählbar.

(c) Eine Sprache $L \subseteq \{0,1\}^*$ ist genau dann rekursiv, wenn eine Turingmaschine $M(L)$ existiert, die die Wörter aus L in kanonischer Reihenfolge (und durch | getrennt) ausgibt.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen Sie, dass das folgende Entscheidungsproblem NP-vollständig ist!

Gegeben sind n Partygäste $p_1, \ldots, p_n$ und eine Menge B der Paare von Partygästen, die sich bereits begrüßt haben ($B \subseteq \{\, \{p_i, p_j\} \mid 1 \le i < j \le n \,\}$). Zu entscheiden ist, ob diese n Gäste so auf drei getrennte Räume verteilt werden können, dass sie nur noch auf Personen treffen, die sie bereits begrüßt haben.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Für eine Menge $\mathcal{C}$ von Sprachen bezeichnet co-$\mathcal{C}$ die Menge ihrer Komplementsprachen. Es ist also co-$\mathcal{C} := \{\, \overline{L} \mid L \in \mathcal{C} \,\}$. Beweisen Sie: NP $\neq$ co-NP $\Rightarrow$ NP $\neq$ P.

Viel Erfolg!