**RWTH Aachen** **WS 2003/04**
**Lehrgebiet Theoretische Informatik** Klausur (TR)
Mölle—Richter—Rossmanith 29.03.2004

**Diplom-Vorprüfung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**
Beschreiben Sie das Postsche Korrespondenzproblem (PKP) und beweisen Sie, dass die Sprache des PKP rekursiv aufzählbar ist.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**
Es seien $A$ und $B$ zwei rekursiv aufzählbare Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Welche der folgenden vier Aussagen sind wahr? Beantworten Sie jede Teilaufgabe zunächst mit „wahr“ oder „falsch“ und **begründen** Sie dann Ihre Antwort.

a) $A \cup B$ ist rekursiv aufzählbar.

b) $A \cap B$ ist rekursiv aufzählbar.

c) $A - B$ ist rekursiv aufzählbar.

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**
Wir betrachten das Entscheidungsproblem *weighted vertex cover (WVC)*: Gegeben sind ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, eine Gewichtsfunktion $w : V \to \mathbf{N}$ und eine Gewichtsschranke $b \in \mathbf{N}$. Gibt es eine Teilmenge $C$ der Knotenmenge $V$, so dass für jede Kante aus $E$ gilt, dass mindestens einer ihrer beiden Knoten in $C$ liegt, *und* das Gesamtgewicht der Knoten aus $C$ höchstens $b$ ist?
Geben Sie eine polynomielle Reduktion von WVC auf ILP (integer linear programming) an. Beweisen Sie, dass Ihre Reduktion korrekt und polynomiell ist.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**
Zeigen Sie: NP $\subseteq$ PSPACE

**Anmerkung:**
Integer linear programming (ILP) bezeichnet das folgende Entscheidungsproblem: Gegeben ist eine Menge von linearen Ungleichungen mit ganzzahligen Koeffizienten und Variablen. Gibt es eine Belegung der Variablen, so dass alle Ungleichungen erfüllt sind?

Viel Erfolg!