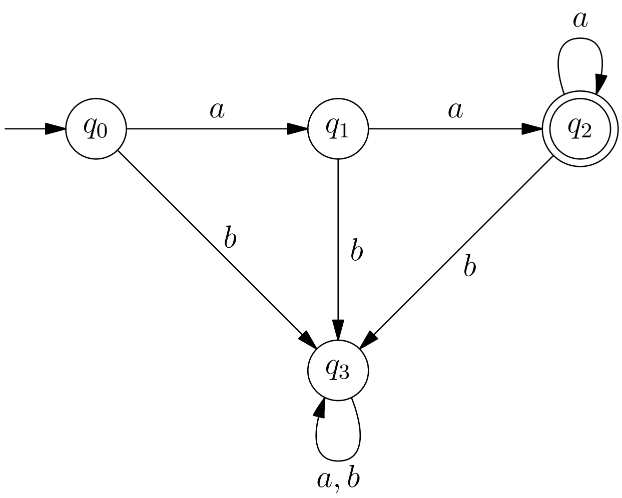
RWTH Aachen **SS 2017**
Lehrgebiet Theoretische Informatik Blatt 12
Rossmanith–Dreier–Hark–Kuinke 24.7.2017

Lösungsvorschlag zur Vorlesung Formale Sprachen, Automaten und Prozesse

Aufgabe T34

a) Sei $N = \{a^n \mid n \geq 0\}$. Seien $u_1, u_2 \in N$. Dann gilt $u_1 = a^i,\ u_2 = a^j$ und o.B.d.A sei $0 \leq i < j$. Dann ist für $w = b^j$ schon $w_1 = u_2 w = a^j b^j \in L_1$ aber $w_1 = u_1 w = a^i b^j \notin L_1$, denn w_1 enthält mehr b als a und ist ein Präfix von sich selbst. Somit gilt $u_1 \not\equiv_{L_1} u_2$. Es ist also $\text{index}(\equiv_{L_1}) \geq |N| = \infty$. Nach dem Satz von Myhill Nerode kann L_1 also nicht regulär sein.

b) Der minimale DFA , der L_2 erkennt ist



Also induziert die Sprache die vier Äquivalenzklassen $[\varepsilon]_{L_2}$, $[a]_{L_2}$, $[aa]_{L_2}$ und $[b]_{L_2}$.

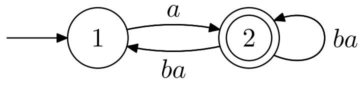
Aufgabe T35

$L_1 \subseteq L_2$ gilt genau dann wenn $L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L}_2 = \emptyset$. Dazu müssen wir das Komplement und den Schnitt von Automaten erzeugen. Mit der Potenzmengenkonstruktion werden zwei DFAs D_1 und D_2 bestimmt, sodass D_i die Sprache L_i erkennt. Durch Vertauschen von End- und Nichtendzuständen in D_2 ergibt sich ein Automat $\overline{D}_2$, der die Sprache $\overline{L_2} = \Sigma^* \setminus L_2$ erkennt. Wir nutzen nun die Produktkonstruktion, um einen Automaten $D_1 \times \overline{D}_2$ zu erzeugen, der die Sprache $L_1 \cap \overline{L}_2 = L_1 \setminus L_2$ erkennt. Nun müssen wir entscheiden, ob diese Sprache leer ist, dazu werden die vom Startzustand erreichbaren Endzustände in $D_1 \times \overline{D}_2$ berechnet. Falls kein Endzustand erreichbar ist gilt $L_1 \subseteq L_2$.

Aufgabe T36

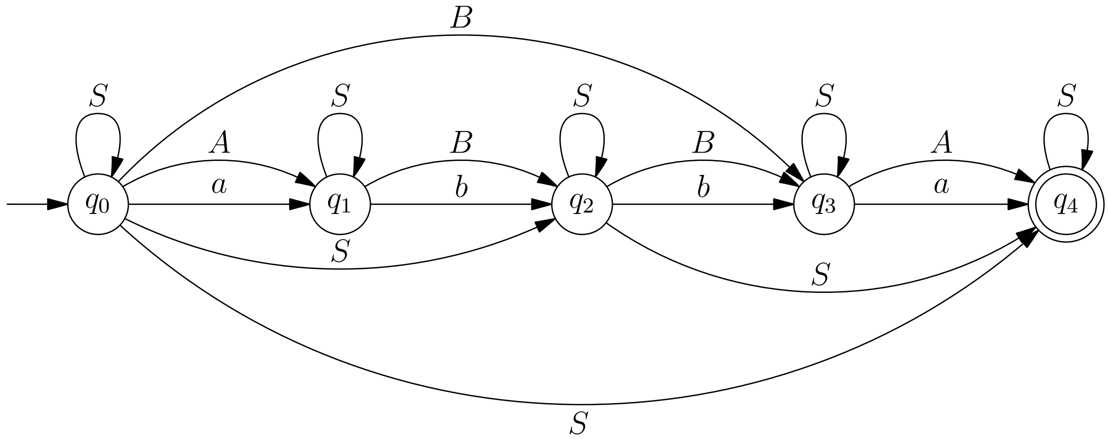
Durch Zustandselimination erhält man den unten abgebildeten Automaten. Anschließend lässt sich ein regulärer Ausdruck ablesen, der die vom Automaten erkannte Sprache beschreibt:

$$a(ba + baa)^*$$

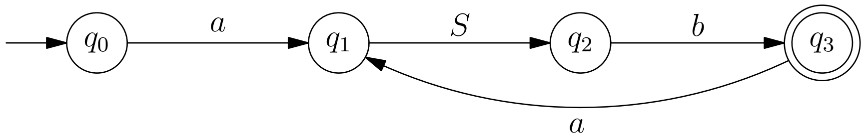


Aufgabe T37

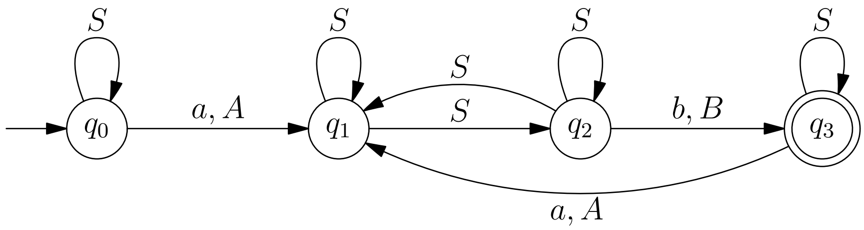
a) Ein solcher Automat lässt sich mit der Sättigungsmethode aus der Vorlesung bestimmen:



b) Die Konstruktion eines Automaten für $L\left((aSb)^*\right)$ liefert



Nach Anwendung des Sättigungsverfahren ergibt sich



Es gibt also kein $\alpha \in (aSb)^+$ mit $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$, da $S \notin pre^*((aSb)^+)$.

Aufgabe H28