

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 10

Gegeben sind folgende lineare Bedingungen:

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

Jede der Bedingungen schränkt die Lösungen auf eine Halbebene ein. Zeichnen Sie die drei Halbebenen und ihre Schnittmenge in ein kartesisches Koordinatensystem ein.

Finden Sie jetzt optimale Lösungen, die die Zielfunktionen x_1 , x_2 und $x_1 + x_2$ maximieren.

Tutoraufgabe 11

Wir wollen zehn Kilogramm Schokolade mit 70% Kakaoanteil fabrizieren. Zur Verfügung stehen die vier Sorten Kuinke, Sanchez, Rossmannith und Trump. Sie haben die folgenden Daten:

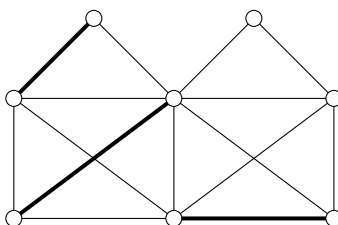
Sorte	Kakaoanteil	Preis pro kg	Verfügbarkeit
Kuinke	24%	EUR 3,70	beliebig
Sanchez	40%	EUR 4,00	beliebig
Rossmannith	73%	EUR 5,00	4 kg
Trump	80%	EUR 6,00	beliebig

Finden Sie jeweils eine Lösung mit minimalen bzw. maximalen Kosten. Formulieren Sie diese Aufgabe als lineares Programm.

Geben Sie die Normalform und die kanonische Form an.

Tutoraufgabe 12

In diesem Graphen ist ein Matching eingezeichnet:



- Finden Sie einen alternierenden Pfad durch eine Tiefensuche.
- Finden Sie eine Blüte durch eine Tiefensuche. Führen Sie den Algorithmus der Vorlesung weiter, bis Sie auch hier ein größeres Matching erhalten.

Hausaufgabe 6 (10 Punkte)

Konstruieren Sie einen Graphen, in welchem ein Matching vergrößert wird, indem *zweimal eine Blüte geschrumpft* wird. Dabei soll der Knoten, der beim ersten Schrumpfen entsteht, Teil der zweiten Blüte sein.

Führen Sie den Algorithmus durch und zeichnen Sie geeignete Zwischenergebnisse.

Hausaufgabe 7 (10 Punkte)

Nach umfangreichen statistischen Untersuchungen¹ hat sich herausgestellt, daß sich das durchschnittliche Einstiegsgehalt in Euro nach dem Informatikstudium etwa nach folgender Formel berechnen läßt:

$$120000 - N_M \cdot 20000 - N_P \cdot 2000$$

Dabei ist $N_M \in [1.0, 5.0]$ die Mathematiknote und $N_P \in [1.0, 5.0]$ die Note in „Programmierung“.

Wenn x_M die Anzahl der Stunden pro Woche ist, in welchen Mathematik gelernt wurde, und x_P die entsprechende Anzahl für Programmierung ist, dann ergibt sich:

$$N_M = \max\{5.0 - \frac{1}{4}x_M, 1.0\}$$
$$N_P = \max\{5.0 - \frac{1}{2}x_P, 1.0\}$$

Pro Woche werden genau G Stunden gelernt. Natürlich soll jetzt eine optimale Belegung von x_M und x_P gefunden werden, die das Anfangsgehalt maximiert.

Leider ist dieses Optimierungsproblem noch kein lineares Programm.

- a) Finden Sie ein lineares Programm, aus dessen Lösung sich die Lösung dieses Problems ablesen läßt.
- b) Lösen Sie das lineare Programm graphisch für $G = 20$.

¹D. Huff, I. Geis. Entry salaries of computer scientists in Europe. *Journal of Statistics*, 30:10, 2012, pages 341–352, Royal Society, London.