RWTH Aachen
Lehrgebiet Theoretische Informatik
Kuinke–Rossmanith–Sanchez

WS 2016
Lösungsvorschlag 1
26.10.2016

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 1

Wir modellieren dieses Entwurfsproblem als Flußproblem:

Zunächst überführen wir jeden Knoten v_i der Leiterplatte in einen Eingangs- und einen Ausgangsknoten e_i und a_i, wobei eine Kante mit Kapazität eins von e_i nach a_i führt. Die ungerichteten Kanten $\{v_i, v_j\}$ der Leiterplatte übersetzen wir jeweils in zwei gerichtete Kanten (a_i, e_j) und (a_j, e_i). Abschließend führen wir Kanten mit Kapazität eins von der Quelle s zu jedem Anschluß und von jedem Randpunkt zur Senke t.

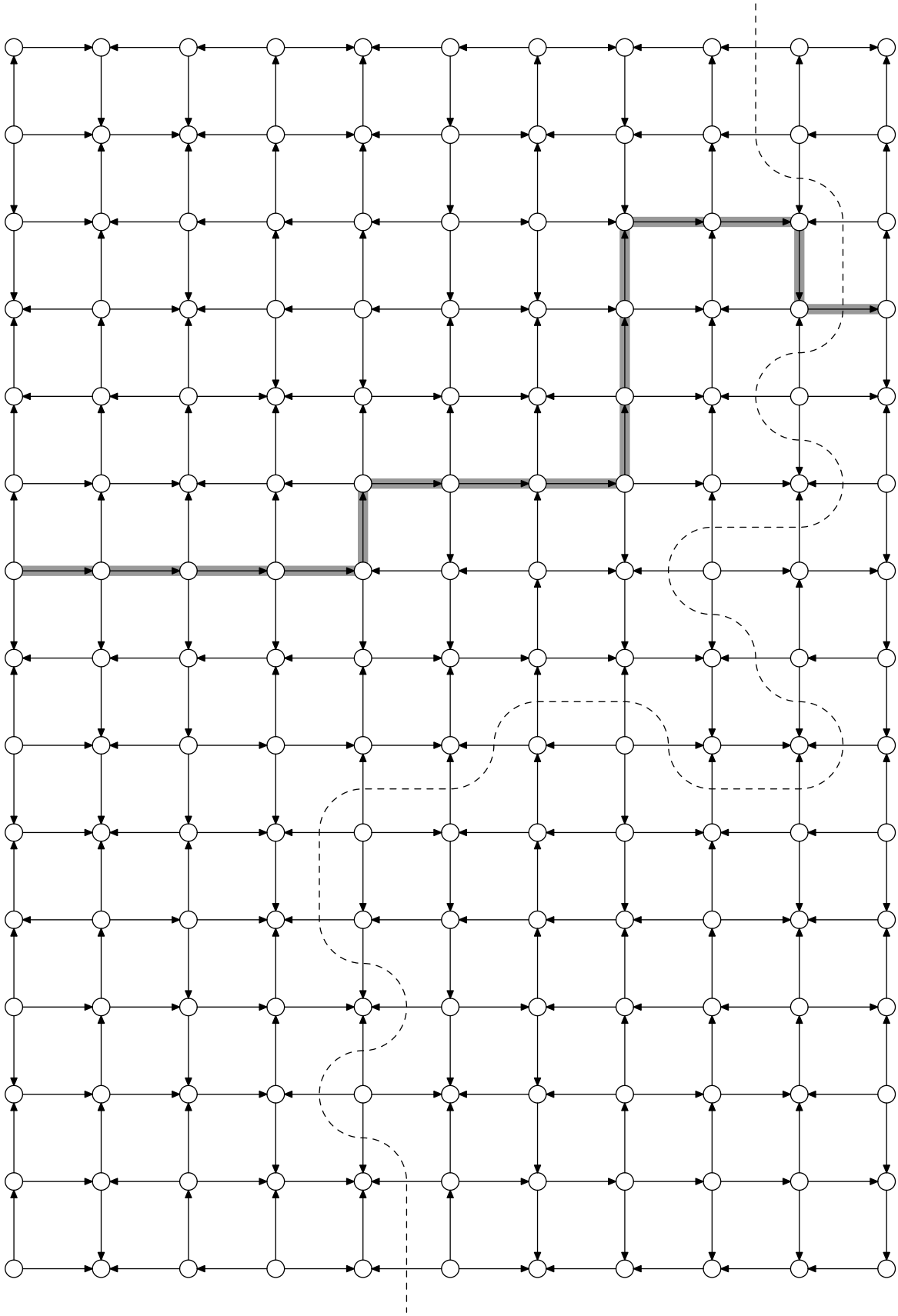
Zu zeigen ist nun: Es gibt genau dann einen Fluß, dessen Wert der Anzahl der Anschlußpunkte entspricht, wenn es eine gültige Positionierung der Leiterbahnen gibt, bei der alle Anschlußpunkte nach außen geführt werden. Dies läßt sich recht einfach konstruktiv beweisen.

Tutoraufgabe 2

$$f(A, B) = f(V, B) - f(B \cup C, B) = f(B, B \cup C) = f(B, B) + f(B, C) = f(B, C)$$

Tutoraufgabe 3

Sei N ein Netzwerk mit maximalen Fluß f. Wähle im von f induzierten Graphen einen Pfad P von s nach t. Über diesen fließt $f(P)$, und da f maximal ist, gibt es eine Kante $e \in P$ mit $c(e) = f(P)$.

Reduziert man die Kapazität aller Kanten auf P um $f(P)$ (entfernt dabei also e), so ergibt sich ein neues Netzwerk mit maximalem Fluß $f' = f - c(P)$. Durch iteratives Anwenden ergeben sich so bis zu $|E|$ Pfade, die zusammen gerade f ergeben.

Hausaufgabe 1 (10 Punkte)