RWTH Aachen **SS 2010**
Lehrgebiet Theoretische Informatik Übungsblatt 4
Kneis—Langer—Rossmanith 5.05.2010

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 10
Gegeben sind folgende lineare Bedingungen:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1 - x_2 &\leq 3 \\ x_1 - 2x_2 &\leq 2 \end{aligned}$$

Jede der Bedingungen schränkt die Lösungen auf eine Halbebene ein. Zeichnen Sie die drei Halbebenen und ihre Schnittmenge in ein kartesisches Koordinatensystem ein.
Finden Sie jetzt optimale Lösungen, die die Zielfunktionen x_1, x_2 und x_1+x_2 maximieren.

Tutoraufgabe 11
Betrachten Sie wieder das Wassermischproblem aus der Vorlesung, welches wir folgendermaßen als LP modellieren konnten:
Minimiere $x_1 + 2x_2 + 3x_3$ (die Kosten) unter

- $x_1 + x_2 + x_3 = 100$
- $20x_1 + 50x_2 + 100x_3 = 6000$

Sodann:

1. Überführen Sie obiges LP in die Normalform.
2. Starten Sie mit $x = (0, 80, 20)$ und finden Sie eine Ecke des Lösungsraums, für die die Zielfunktion nicht schlechter ist als für x. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.
3. Wiederholen Sie das Verfahren für eine Lösung mit $x_2 = 20$.

Hausaufgabe 7 (10 Punkte)
Folgende Aufgabe stellt sich täglich den Logistikdienstleistern der Region: Es müssen jeweils 20 LKW mit Printen von Aachen nach Düsseldorf und Köln geschafft werden. Von Köln aus müssen 100 LKW Kölsch nach Aachen und 10 LKW nach Düsseldorf transportiert werden. Schließlich benötigt man in Aachen 80 LKW und in Köln 20 LKW feinsten Alts aus Düsseldorf.
All das geschieht über drei Straßen, die die drei Städtepaare verbinden. Dabei kostet ein LKW-Transport von Aachen nach Köln oder andersherum 4 Euro, von Düsseldorf nach Aachen oder retour 5 Euro, und für die gefährliche Strecke zwischen Köln und Düsseldorf

muß man schon mit 10 Euro pro LKW rechnen. Zudem können auf jeder Straße pro Richtung und Tag nur 100 LKW fahren.

Wie kann man den Konsumwahnsinn am billigsten befriedigen? Modellieren Sie bitte den Logistikalbtraum als LP! Erläutern Sie dabei jede Gleichung/Ungleichung, die sie verwenden!

Lösen Sie sodann das LP, beispielsweise mit Hilfe eines entsprechenden Programms wie auf `http://algos.inesc.pt/lp/`.

Hausaufgabe 8 (5 Punkte)

Nach umfangreichen statistischen Untersuchungen hat sich herausgestellt, daß sich das durchschnittliche Einstiegsgehalt in Euro nach dem Informatikstudium etwa nach folgender Formel berechnen läßt:

$$120000 - N_M \cdot 20000 - N_P \cdot 2000$$

Dabei ist $N_M \in [1.0, 5.0]$ die Mathematiknote und $N_P \in [1.0, 5.0]$ die Note in „Programmierung".

Wenn x_M die Anzahl der Stunden pro Woche ist, in welchen Mathematik gelernt wurde, und x_P die entsprechende Anzahl für Programmierung ist, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} N_M &= \max\{5.0 - \tfrac{1}{2}x_M, 1.0\} \\ N_P &= \max\{5.0 - 2x_P, 1.0\} \end{aligned}$$

Pro Woche werden genau G Stunden gelernt. Natürlich soll jetzt eine optimale Belegung von x_M und x_P gefunden werden, die das Anfangsgehalt maximiert.

Leider ist dieses Optimierungsproblem noch kein lineares Programm.

- Finden Sie ein lineares Programm, aus dessen Lösung sich die Lösung dieses Problems ablesen läßt.
- Lösen Sie das lineare Programm graphisch für $G = 20$.

Hausaufgabe 9 (5 Punkte)

Geben Sie ein LP in kanonischer Form an, welches den folgendermaßen dargestellten Lösungsraum P und im eingezeichneten Punkt x seine einzige optimale Lösung hat.