RWTH Aachen **SS 2010**
Lehrgebiet Theoretische Informatik Übungsblatt 1
Kneis—Langer—Rossmanith 21.04.2010

Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Tutoraufgabe 1
Beweisen Sie den folgenden Rest von Lemma A aus der Vorlesung:

3) $\forall X, Y, Z \subseteq V\ f(X \mathbin{\dot\cup} Y, Z) = f(X, Z) + f(Y, Z)$,

4) $\forall X, Y, Z \subseteq V\ f(X, Y \mathbin{\dot\cup} Z) = f(X, Y) + f(X, Z)$.

Tutoraufgabe 2
Es sei $A \mathbin{\dot\cup} B \mathbin{\dot\cup} C = V$ und $s \in A$, $t \in C$. Beweisen Sie:

$$f(A, B) = f(B, C).$$

Tutoraufgabe 3
Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptung:

> *In einem s-t-Netzwerk $G = (V, E)$ läßt sich immer ein maximaler Fluß mit Hilfe von nur $|E|$ augmentierenden Pfaden finden. Manchmal geht es nicht mit weniger, aber man braucht nie mehr.*

Falls die Behauptung stimmt, dann könnte die Ford–Fulkerson–Methode ziemlich schnell sein — wenn sie nur die richtigen augmentierenden Pfade wählte.

Hausaufgabe 1 (10 Punkte)
Ermitteln Sie einen maximalen Fluß für das Netzwerk auf der folgenden Seite, wobei die Quellen links und die Senken rechts sind. Beweisen Sie die Maximalität durch Angabe eines gleichgroßen Schnitts. Alle Kapazitäten sind 1.

Hausaufgabe 2 (10 Punkte)
Finden Sie eine effiziente Möglichkeit, das folgende Problem zu lösen: Gegeben sind ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, eine Kapazitätsfunktion $c\colon V \to \mathbf{N}$ und eine Knotenteilmenge $C \subseteq V$. Jeder Knoten $v \in C$ kann bis zu $c(v)$ der angrenzenden Kanten *abdecken*. Die Frage ist, ob auf diese Weise *alle* Kanten des Graphen abgedeckt werden können.