

## Übung zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

### Aufgabe 1

Morgen ist es wieder soweit: Der Komet Bauernkrempe-27, der nur alle 48 Milliarden Jahre unser Sonnensystem kreuzt, wird neben der Sonne sichtbar sein. Nun soll er von zwei Observatorien beobachtet werden, die über eine Internetverbindung verfügen und zur Abstimmung ihrer Meßdaten *unbedingt* miteinander kommunizieren müssen, während sie Bauernkrempe-27 aufnehmen.

Das Internet wollen wir uns wie so oft als einen ungerichteten Graphen mit vielen Knoten (u.a. den beiden Observatorien) vorstellen, die über Datenleitungen (Kanten) miteinander verbunden sind. Diese Leitungen können zu vorgegebenen Kosten angemietet werden. Um einen reibungslosen Ablauf der Kometenbeobachtung zu garantieren, sollen nun drei knotendisjunkte Verbindungen mit minimalen Gesamtmietkosten zwischen den beiden Observatorien gefunden werden.

Schlagen Sie einen möglichst effizienten Lösungsweg vor und begründen Sie seine Korrektheit!

### Aufgabe 2

Wir betrachten das folgende Online-Problem: Zu jedem Zeitpunkt ist Ihr Punktestand  $p$ , beginnend mit 0. Sie erhalten der Reihe nach Zahlen  $x_i$  und können diese entweder zu  $p$  addieren oder von  $p$  subtrahieren. Allerdings darf  $p$  nie kleiner als 0 sein. Ihr Ziel ist es, das maximal erreichte  $p$  möglichst klein zu halten.

Beispiel	Zulässige Lösung	Optimale Lösung
1, 3, 3, 4, 5, 2, 1	$1 + 3 + 3 - 4 + 5 - 2 - 1$ (Kosten 8)	$1 + 3 - 3 + 4 - 5 + 2 - 1$ (Kosten 5)

- Entwerfen Sie einen deterministischen Online-Algorithmus, der dieses Problem mit Competitive-Faktor 2 löst.
- Zeigen Sie, daß kein deterministischer Online-Algorithmus mit Competitive-Faktor kleiner als 1.5 existiert.

### Aufgabe 3

Finden Sie einen Approximationsalgorithmus konstanter Güte für das MAXCUT-Problem!

### Aufgabe 4

Ein Affe tippt auf einer Schreibmaschine, die nur die 26 Großbuchstaben von A bis Z hat, wobei die Buchstaben unabhängig und gleichverteilt gewählt werden. Wie oft ist das Wort „AFFE“ zu erwarten, nachdem eine Million Anschläge ausgeführt worden sind?