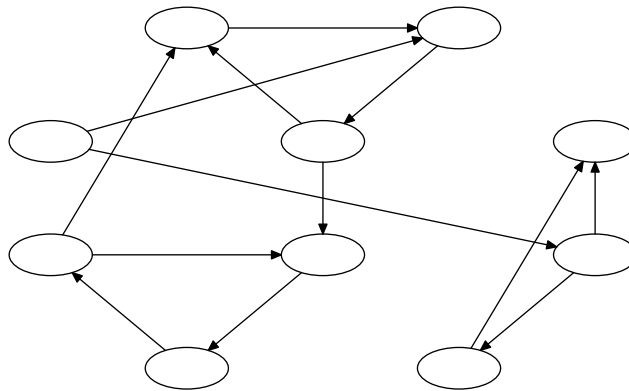


### Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

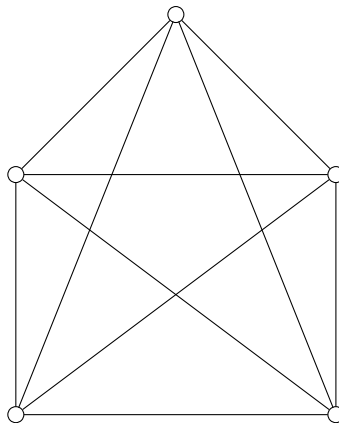
#### Aufgabe T18

Führen Sie auf folgenden Graphen eine Tiefensuche aus. Notieren Sie die *discovery*- und *finish*-Zeiten. Benennen Sie die Baum-, Quer-, Vorwärts- und Rückwärtskanten.



#### Aufgabe T19

Ein *Dreieck* in einem Graphen ist ein Untergraph, der aus drei Knoten besteht, welche paarweise miteinander verbunden sind. Wieviele Dreiecke gibt es in folgenden Graphen?



Entwerfen Sie einen Algorithmus, der für einen Graphen mit  $n$  Knoten in  $O(n^3)$  Schritten herausfinden kann, ob er ein Dreieck enthält.

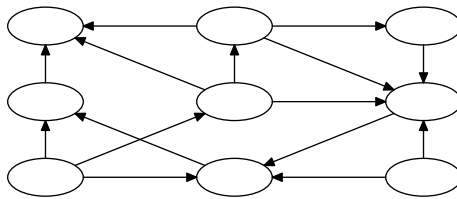
Wer das zu leicht findet, kann auch einen Algorithmus finden, der  $O(n^2 + nm)$  Schritte braucht, wobei  $m$  die Anzahl der Kanten im Graph ist.

#### Aufgabe H17 (5 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie: Ergibt eine Tiefensuche in einem gerichteten Graphen genau eine Rückwärtskante, so liefert jede Tiefensuche in diesem Graphen genau eine Rückwärtskante.

### Aufgabe H18 (8 Punkte)

Behandeln Sie folgenden Graphen analog zu Aufgabe T18.



### Aufgabe H19 (5 Punkte)

Beweisen Sie per Induktion die fehlende Rechnung auf Folie 180 zur Laufzeitanalyse von Quicksort. In der Vorlesung war  $C_n$  die durchschnittliche Anzahl an Vergleichen von Quicksort bei einem zufälligen Input der Länge  $n$ .

Es gilt  $C_1 = 0$  und es wurde bereits gezeigt, dass  $C_n \leq n + 1 + 2/n \sum_{j=\lceil n/2 \rceil}^{n-1} C_j$ . Beweisen sie per Induktion über  $n$ , dass  $C_n \leq 4n$ .