

## Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

### Aufgabe T12

Wir verwenden folgende universelle Familie von Hashfunktionen:

$$\{ h_{a,b} \mid 1 \leq a < 5, 0 \leq b < 5 \}$$

mit  $h_{a,b}(x) = ((ax + b) \bmod 5) \bmod 4$ .

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß  $h(2) = h(3)$  ist, falls wir  $h$  zufällig aus obiger Familie von Funktionen wählen.

Was müßte herauskommen, wenn man bedenkt, daß es sich um eine universelle Familie von Hashfunktionen handelt?

Da es sich um viele Funktionen handelt, sollte die Arbeit unter viele Personen verteilt werden, damit es schneller geht. Wie lange brauchen Sie gemeinsam, um diese Wahrscheinlichkeit ohne Taschenrechner oder ähnlichem zu berechnen?

### Aufgabe T13

Wir betrachten die drei Schlüssel  $A$ ,  $B$  und  $C$ , welche wir in einem Array  $x$  der Größe drei in einer unbekanntenen Reihenfolge vorfinden.

Ein Algorithmus versucht herauszufinden, welche der möglichen sechs Permutationen vorliegt indem er zunächst den Vergleich  $x[0] \leq x[1]$ , dann den Vergleich  $x[0] \leq x[2]$  und schließlich – falls noch nötig – den Vergleich  $x[1] \leq x[2]$  durchführt.

Ist es möglich auf diese Weise die richtige Permutation zu finden? Wie sieht der entsprechende Vergleichsbaum aus? Wieviele Vergleiche würde ein auf dieser Methode basierender Sortieralgorithmus im Durchschnitt verwenden?

### Aufgabe H10 (10 Punkte)

Erstellen Sie mithilfe eines Programms eine Tabelle, welche die Wahrscheinlichkeiten von  $h(x) = h(y)$  für alle  $0 \leq x, y < 5$  enthält, falls  $h$  wieder zufällig aus der Familie von T12 gezogen wird.

Ist das Ergebnis das, was Sie erwarten?

Wiederholen Sie das Experiment, aber ersetzen Sie jetzt überall 5 durch 6. Kommentieren Sie das Ergebnis. Nehmen Sie insbesondere dazu Stellung, ob es sich auch jetzt um eine universelle Familie von Hashfunktionen handelt.

### Aufgabe H11 (4 Punkte)

Beweisen Sie, daß es keinen vergleichsbasierten Sortieralgorithmus gibt, welcher ein beliebiges Array der Größe fünf mit nur sechs Vergleichen sortieren kann.