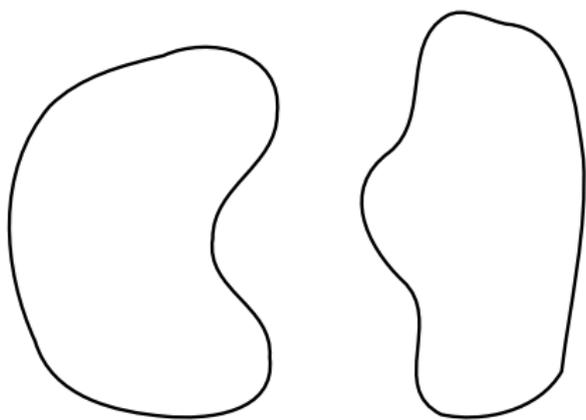


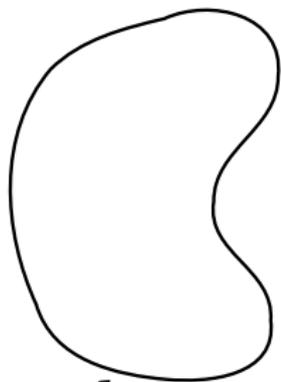
# Globalübung

22. Juni 2016

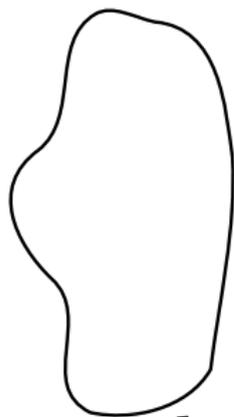
## Problem

*Wie viele Kanten muss ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten haben, um zu garantieren, dass er nur eine Komponente hat?*

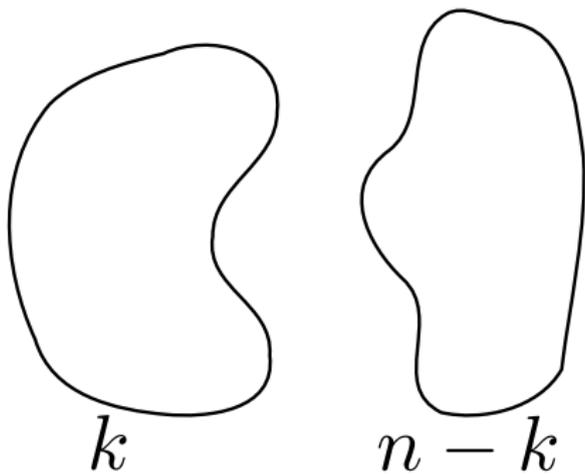




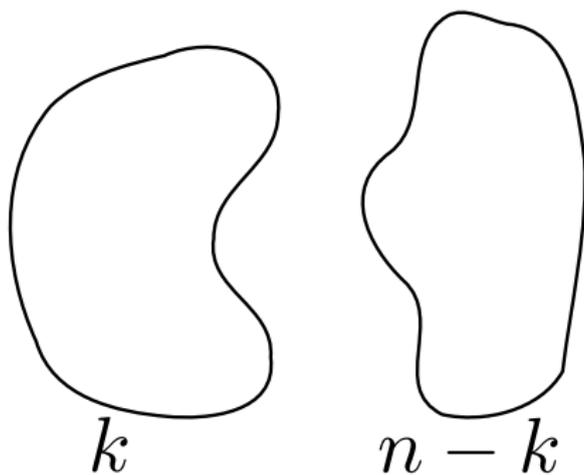
$k$



$n - k$

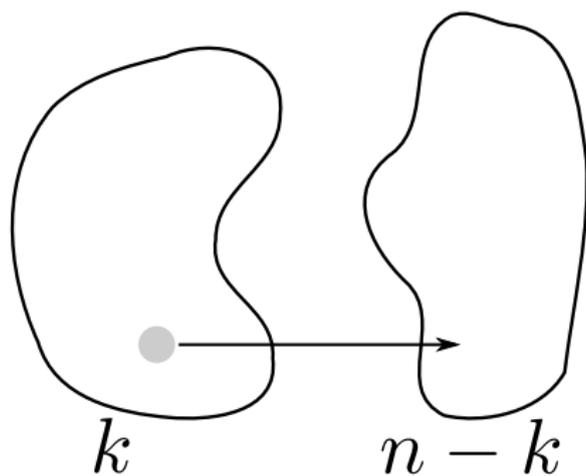


Anzahl an Kanten:  $\binom{k}{2} + \binom{n-k}{2}$

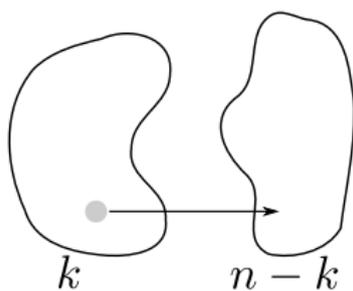


Anzahl an Kanten:  $\binom{k}{2} + \binom{n-k}{2}$

Bei welchem  $k$  hat dieser Graph maximal viele Kanten?

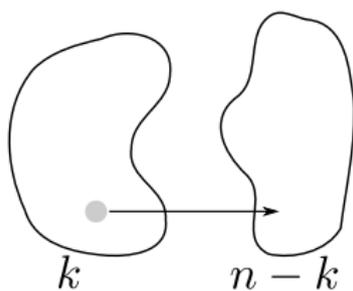


Wann bringt es was einen Knoten von einer Komponente in die andere zu bewegen?



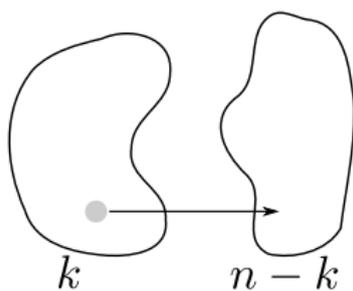
Wann bringt es was einen Knoten von einer Komponente in die andere zu bewegen?

Wir verlieren  $k - 1$  Kanten links und gewinnen  $n - k$  Kanten rechts.



Wann bringt es was einen Knoten von einer Komponente in die andere zu bewegen?

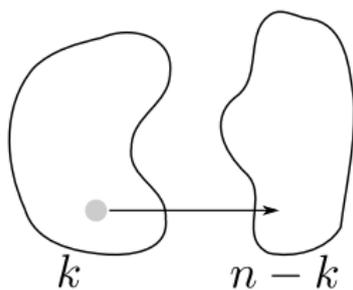
$$\text{Insgesamt: } (n - k) - (k - 1) = n - 2k + 1$$



Wann bringt es was einen Knoten von einer Komponente in die andere zu bewegen?

$$\text{Insgesamt: } (n - k) - (k - 1) = n - 2k + 1$$

$$n - 2k + 1 \geq 0 \Leftrightarrow k \leq \frac{n}{2} + \frac{1}{2}$$



Wann bringt es was einen Knoten von einer Komponente in die andere zu bewegen?

Man gewinnt immer an Kanten, wenn man von der kleineren Komponente in die größere Komponente schiebt.

## Problem

*Wie viele Kanten muss ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten haben, um zu garantieren, dass der nur eine Komponente hat?*

Ein ungerichteter Graph mit mehr als

$$\binom{n-1}{2}$$

Kanten hat nur eine Komponente. Einer mit weniger oder gleich vielen kann mehr als eine Komponente haben.

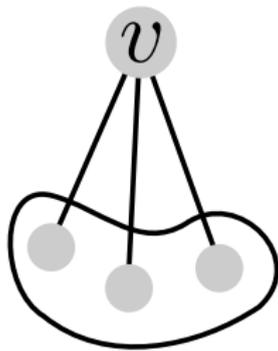
## Problem

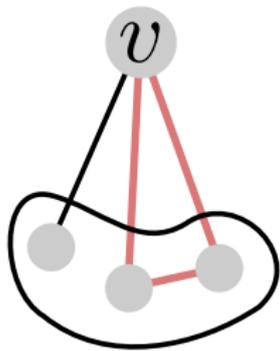
*Beweisen oder widerlegen Sie: Ein Graph mit sechs Knoten enthält eine Clique oder ein Independent Set der Größe drei.*

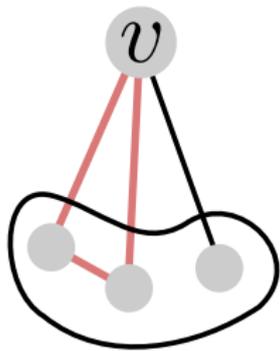


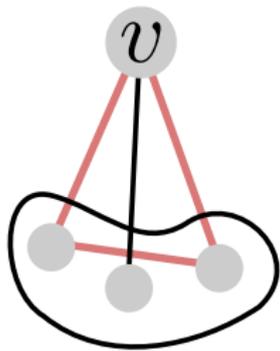
Verbunden    Nicht verbunden

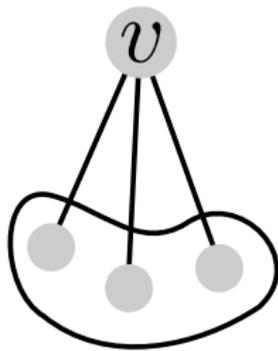
Es muss entweder drei Knoten geben die alle mit  $v$  verbunden sind, oder drei die alle nicht mit  $v$  verbunden sind.



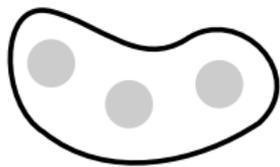




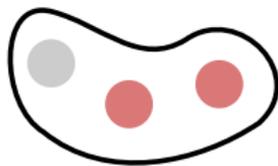




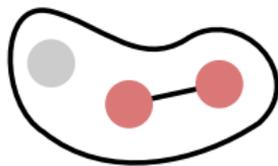
$v$



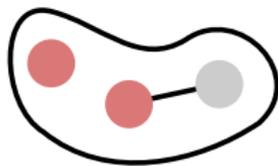
$v$



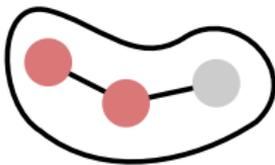
$v$



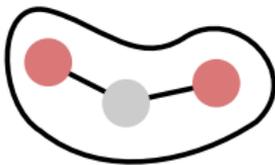
$v$

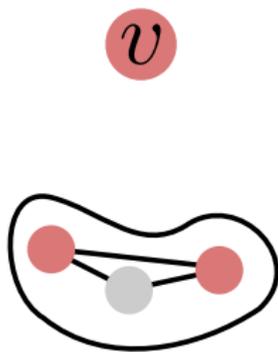


$v$



$v$





Durch Widerspruch: Ein Graph mit sechs Knoten enthält entweder eine Clique der Größe drei, oder in Independent Set der Größe drei.