

Übung zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

Aufgabe T31

Betrachten Sie den verbesserten Algorithmus aus der Vorlesung, um die transitive Hülle eines gerichteten Graphens $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ Knoten zu berechnen. Wie lange benötigt dieser Algorithmus auf den folgenden Graphfamilien? Besteht eine Verbesserung gegenüber der direkten Anwendung des Algorithmus von Warshall?

- DAGs
- Hamiltonische Graphen, in denen es einen Kreis der Länge n gibt.
- Dreiecksgraphen, die aus $n/3$ disjunkten, nicht verbundenen Dreiecken bestehen.
- Graphen, die aus \sqrt{n} vielen disjunkten, nicht verbundenen Kreisen der Länge jeweils \sqrt{n} bestehen.

Aufgabe T32

Wir sagen, daß ein Schiebepuzzle der Dimension $m \times m$ gelöst ist, wenn das leere Feld (hier abgebildet in schwarz) unten rechts an Position (m, m) liegt und die anderen Steine korrekt in aufsteigender Reihenfolge (in Leserichtung) vorliegen. Gegeben sei nun das folgende 3×3 -Schiebepuzzle. Finden Sie mit Hilfe einer Breitensuche eine minimale Folge von Verschiebeoperationen, welche das Puzzle löst.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | | 5 |
| 7 | 8 | 6 |

Aufgabe T33

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der in einem gerichteten Graphen für zwei Knoten s, t alle Pfade von s nach t ausgibt. Welche Laufzeit hat dieser Algorithmus in Bezug auf die Zahl der ausgegebenen Pfade? Wie läßt sich der Algorithmus für Graphen beschleunigen, in denen es viele Knoten gibt, die von s aus erreichbar sind, von denen allerdings kein Pfad zu t existiert?

Aufgabe H26 (15 Punkte)

Implementieren Sie in einer Programmiersprache Ihrer Wahl ein Programm, das für ein beliebiges Schiebepuzzle der Dimension 4×4 eine möglichst kurze Folge von Verschiebeoperationen ausgibt, mit der sich das Puzzle lösen läßt, falls eine solche Folge existiert. Ein Beispiel ist unten abgebildet.

Auf der Homepage zur Vorlesung finden Sie zehn Textdateien mit Schiebepuzzeln der Dimension 4×4 . Geben Sie für jedes dieser Puzzle, falls lösbar, eine möglichst kurze Folge von Verschiebeoperationen an, die das jeweilige Puzzle löst.

Bitte geben Sie auch die Zeit an, die Ihr Programm benötigt hat, um die jeweiligen Instanzen zu lösen, und wie viele Konfigurationen Ihr Programm dabei untersucht hat. Die Laufzeit und die Anzahl besuchter Konfigurationen hat keinen Einfluß auf die Bewertung.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 | 4 |
| 5 | | 7 | 8 |
| 9 | 2 | F | B |
| D | A | E | C |

Aufgabe H27 (5 Punkte)

Konstruieren Sie einen Algorithmus, der auf einem gewichteten, gerichteten Graphen einen kürzesten Pfad zwischen zwei Knoten s und t berechnet. Der Graph darf negative Kantengewichte und Kreise mit negativem Gesamtgewicht enthalten.