

## Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

### Aufgabe T20

Beweisen Sie die folgende Aussage: Die Entscheidungsvariante von BIN PACKING ist genau dann in polynomieller Zeit lösbar, wenn dies auch für die Optimierungsvariante gilt.

### Aufgabe T21

Wir betrachten folgendes Problem: Als Eingabe sind ganzzahlige kartesische Koordinaten von  $n$  Punkten in der Ebene sowie weitere Zahlen  $k$  und  $A$  gegeben. Die Frage ist, ob es  $k$  Kreise in der Ebene gibt, welche zusammen alle  $n$  Punkte umfassen und deren Flächensumme höchstens  $A$  ist.

Beschreiben Sie, wie eine nichtdeterministische Turingmaschine dieses Problem in polynomieller Zeit lösen kann?

### Aufgabe T22

Wir betrachten das Problem SORTING BY REVERSALS. Eine gegebene Permutation  $\pi$  soll durch höchstens  $k$  viele Vertauschungen (*reversals*)  $\rho$  in eine zweite gegebene Permutation  $\sigma$  verwandelt werden. Ein *reversal*  $\rho(i, j)$  vertauscht dabei die Reihenfolge aller Elemente im Intervall  $[i, j]$ . Formal

$$\rho(i, j): (\pi_1 \dots \pi_{i-1} \pi_i \pi_{i+1} \dots \pi_{j-1} \pi_j \pi_{j+1} \dots \pi_n) \mapsto (\pi_1 \dots \pi_{i-1} \pi_j \pi_{j-1} \dots \pi_{i+1} \pi_i \pi_{j+1} \dots \pi_n)$$

Geben Sie ein Zertifikat und einen Polynomialzeitverifizierer an. Beschreiben Sie dazu im Detail die Kodierung und die Länge des Zertifikates und die Arbeitsweise des Verifizierers. Die Motivation dieses Problems kommt aus der Bioinformatik: Viele Mutationen auf DNA-Strängen finden ausschließlich durch solche *reversals* statt. Eine kürzeste Folge dieser reversals entspricht wahrscheinlich den Mutationen, die wirklich stattfanden.

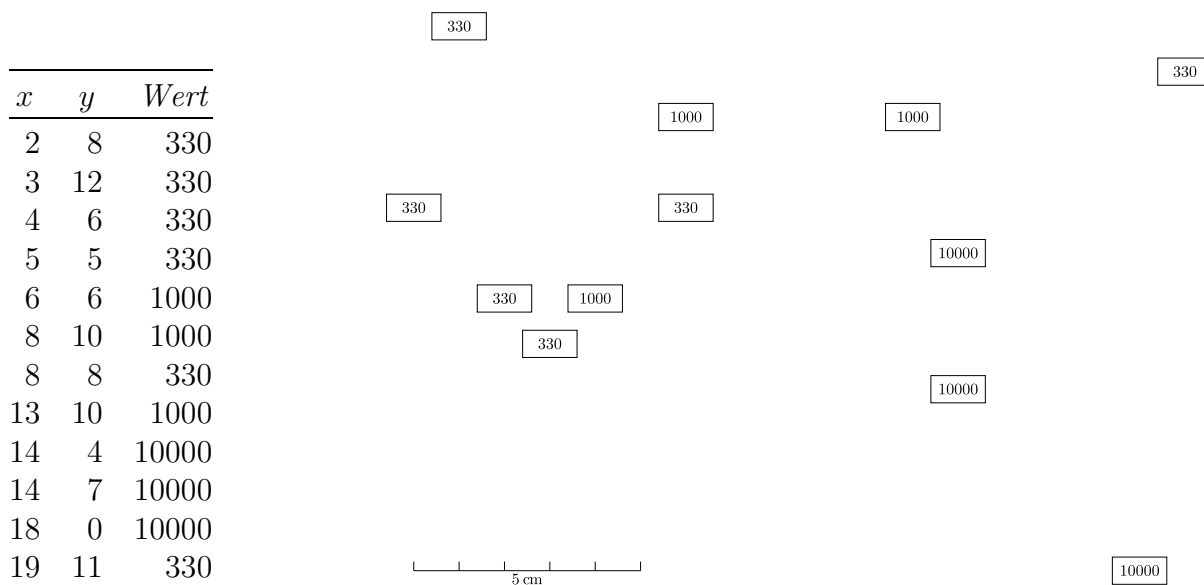
### Aufgabe H22 (10 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage: Die Entscheidungsvariante des TRAVELLING SALESMAN PROBLEMS (TSP) ist genau dann in polynomieller Zeit lösbar, wenn dies auch für die Optimierungsvariante gilt. Die Gewichte mögen durch rationale Zahlen in Binärkodierung kodiert sein.

### Aufgabe H23 (15 Punkte)

Eine selbstgebaute Bestückungsmaschine kann Widerstände mit verschiedenen Widerstandswerten an die richtigen Plätze in eine Platine stecken. Sie benötigt 2 Sekunden, um auf einen verschiedenen Wert zu wechseln, ansonsten kann sich der Bestückungskopf mit einem Zentimeter pro Sekunde in eine beliebige Richtung bewegen. Das eigentliche Einstecken eines Widerstands benötigt ebenfalls etwas Zeit, aber diese Zeit ist fest und hängt insbesondere nicht vom Widerstandswert ab oder davon, was die Maschine in der Vergangenheit machte.

Die folgende Tabelle zeigt die Positionen (in Zentimetern) und Widerstandswerte (in Ohm) von elf Widerständen, mit welchen eine Platine bestückt werden muß. Sie können davon ausgehen, daß der Bestückungskopf sich anfangs bereits auf einer der zu bestückenden Positionen befindet und mit dem richtigen Widerstandswert geladen ist. Der erste Widerstand kann also sofort eingesteckt werden. Die Zeichnung neben der Tabelle zeigt, wie die Widerstände am Ende auf der Platine positioniert sein werden (aber nicht im Maßstab 1 : 1).



- Finden Sie eine optimale Reihenfolge, in welcher alle Widerstände bestückt werden können und der Bestückungskopf anschließend wieder in die Ausgangslage zurückkehrt und wieder mit dem gleichem Widerstandswert wie am Anfang geladen wird. (So kann eine Serie von Platinen nacheinander auf die gleiche Weise bestückt werden.)
- Wie können Sie garantieren, daß Ihre Lösung optimal ist?
- Schätzen Sie, mit bis zu wievielen Widerständen man Ihre Lösungsmethode noch verwenden könnte, bevor die Laufzeit unpraktikabel groß würde.
- Haben Sie eine Idee, was Sie machen würden, wenn es um hunderte von Widerständen geht?

*Hinweis:* Natürlich dürfen Sie ein Programm schreiben, welches bei der Lösung dieser Aufgabe hilft.