

### Übung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität

#### Aufgabe T12

Sind die folgenden Instanzen des Postschen Korrespondenzproblems lösbar? Finden Sie eine Lösung oder zeigen Sie die Unlösbarkeit!

a)  $\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 01 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 01 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$

b)  $\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 01 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 01 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0100 \\ \hline \end{array}$

c)  $\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 0000 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 01 \\ \hline \end{array}$

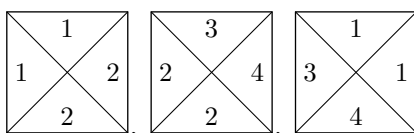
#### Aufgabe T13

Wenn das Postsche Korrespondenzproblem so modifiziert wird, daß nur ein unäres Alphabet verwendet wird, ist es dann immer noch unentscheidbar?

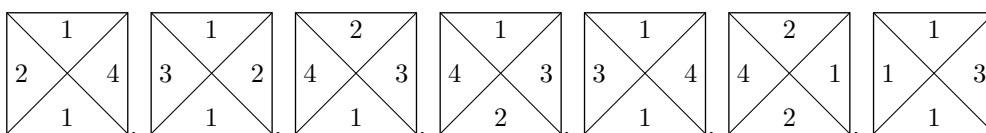
#### Aufgabe T14

In dieser Aufgabe betrachten wir das folgende Puzzleproblem: Gegeben ist eine Menge von quadratischen Steinen, deren vier Kanten jeweils mit natürlichen Zahlen dekoriert sind. Gesucht ist eine Strategie, eine unendliche Ebene vollständig mit Kopien dieser Steine zu bedecken, wobei aneinanderliegende Kanten stets dieselben Zahlen tragen sollen (es handelt sich gewissermaßen um die unendliche Version des Spiels Tetravex, welches aber, historisch gesehen, selbst als endliche Version unseres Problems entstand).

1. Ist diese Instanz lösbar?



2. Ist diese Instanz lösbar?



### Aufgabe H13 (16 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, das eine Instanz des Postschen Korrespondenzproblems über dem Alphabet  $\{0, 1\}^*$  einlesen kann und anschließend zu lösen versucht. Wir empfehlen, Backtracking mit einem Abbruch bei einer vorgegebenen Suchtiefe zu verwenden. Das Programm soll entweder eine gefundene Lösung ausgeben, sagen, daß es keine Lösung gibt, oder zugeben, daß es unfähig war diese Instanz zu lösen.

Geben Sie einen Ausdruck Ihres Programms ab und Protokolle über die Arbeit Ihres Programms auf den Instanzen aus Aufgabe T12 und den folgenden:

a) 

0
1

, 

01
0

, 

1
101

b) 

01
000

, 

10
111

, 

0
1

, 

0
010

, 

001
01

, 

10
1

, 

010
11

Bedenken Sie, daß die Tutoren in der Lage sein müssen, Ihr Programm nachzuvollziehen.

Lassen Sie Ihr Programm *nicht* auf diesen Instanzen laufen:

c) 

1101
1

, 

0110
11

, 

1
110

d) 

10
0

, 

0
001

, 

100
1

e) 

101
0

, 

1
101

, 

0
1

### Aufgabe H14 (6 Punkte)

Ist folgende Variante des Postschen Korrespondenzproblems entscheidbar? Wir verlangen, daß das Alphabet  $\{0, 1\}^*$  ist und jedes Wort auf jeder Karte höchstens die Länge 17 besitzt.

### Aufgabe H15 (Bonusaufgabe, sehr viele Punkte)

Ist das Puzzleproblem aus Aufgabe T14 entscheidbar?

*Hinweis:* Diese Aufgabe ist sehr schwierig.